

ECONOMETRÍA

AUTORES:

Otto Leonel Guerra Triviño

Sandra Carolina López Solís

Fernando José Zambrano Farías

María Estefanía Sánchez Pacheco

Carlos Iván Rivera Naranjo



ESTUDIO DE INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO EMPRESARIAL
ACADÉMICO



LAS CIENCIAS ECONÓMICAS REPRESENTAN UN CUERPO DE CONOCIMIENTOS, QUE JUEGAN UN PAPEL FUNDAMENTAL EN LOGRAR UN MUNDO MEJOR, EL CÓMO LOGRAR PRODUCIR CON EFICIENCIA PARA CONSEGUIR MEJORAS EN EL BIENESTAR ECONÓMICO DE UNA PERSONA SIN PERJUDICAR A OTRA.

Copyright, 2025

Autores:

Otto Leonel Guerra Triviño
Sandra Carolina López Solís
Fernando José Zambrano Farías
María Estefanía Sánchez Pacheco
Carlos Iván Rivera

Título:

ECONOMETRÍA

ISBN: 978-9942-805-31-7



Edición: Primera

Otto Leonel Guerra Triviño, Sandra Carolina López Solís, Fernando José Zambrano Farías, María Estefanía Sánchez Pacheco, Carlos Iván Rivera.

ECONOMETRÍA

Editorial: E-Idea Omwin S.A.

ISBN: 978-9942-805-31-7

Área: Ciencias Sociales

Páginas: 98

Diagramación: Lic. Gabriel E. Ayala Bolaños, MSc.



Licencia Creative Commons BY-NC-ND (Atribución, No comercial, Sin obras derivadas) 4.0 Internacional.

Guerra Triviño Otto Leonel

Correo electrónico: otto.guerra@casagrande.edu.ec

ORCID <https://orcid.org/0009-0007-1842-6631>



Dedicatoria

Dedico este libro a mis hijos Gabriela y Otto que son la motivación para la realización de metas profesionales.

Agradecimiento

Agradezco Arcadia y a Norma, abuela y madre que siempre inculcaron en mí: valores, perseverancia, disciplina y que han sido el faro en medio de la penumbra.

Agradezco al Dr. David Machuca Granda, empresario y amigo que con su ejemplo y guía ha contribuido a fortalecer mi desarrollo profesional.

Bibliografía:

Otto Leonel Guerra Triviño, Economista con Mención en Finanzas Corporativas, Magíster en Ciencias con Mención en Economía y Gestión Empresarial , Magíster en Gestión Pública , Doctor en Administración Estratégica de Empresas (candidato), Doctor Honoris Causa por la Universidad Bicentennial de Aragua-Venezuela, con amplia trayectoria en la educación superior ecuatoriana: como Docente en el campo de la Economía, Finanzas Corporativas, Estadística, Evaluación de Proyectos y como Directivo Universitario, ha realizado publicaciones de artículos científicos en revistas indexadas de alto impacto, con amplia experiencia en el Sector Privado en funciones Directivas relacionadas a la Formulación y Evaluación de Proyectos para organismos de crédito Multinacionales, en la actualidad se desempeña como Gerente General del Centro de Capacitaciones PROCER S.A, Asesor de Presidencia del Holding ADMG y Asesor de Gobierno Autónomos Descentralizados de la Provincia del Guayas.

López Solís Sandra Carolina

Universidad Estatal de Milagro (UNEMI)

ORCID <https://orcid.org/0009-0007-3995-8418>



Dedicatoria

A quienes buscan el conocimiento con perseverancia y, a todos los maestros que con su ejemplo iluminan el camino de sus estudiantes.

Agradecimiento

Quiero expresar mi profunda gratitud a todas las personas que hicieron posible este libro y a los lectores que con su interés motivan a seguir compartiendo conocimientos.

Bibliografía:

Es docente de la Universidad Estatal de Milagro (UNEMI). Graduada de la Universidad de Guayaquil en el 2021 y de la Universidad de Especialidades Espíritu Santo (UEES) en el 2023. Actualmente estudiante de la segunda maestría y del PhD.

Amplio conocimiento en administración, educación comercial y economía.

Docente con 4 años de experiencia.

Autor de varios artículos científicos en revistas indexadas y libros.

Conferencista en diversas jornadas científicas, locales como internacionales.

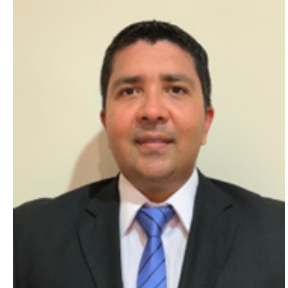
Zambrano Farías Fernando José

Universidad Internacional del Ecuador UIDE

Universidad de Guayaquil

Correo electrónico: fezambranofa@uide.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6384-3353>



Dedicatoria

A mi familia, pilar absoluto de mi vida y de cada logro alcanzado.

Agradecimiento

A mis estudiantes, por su entusiasmo y por recordarme cada día el propósito de enseñar e investigar.

A mis colegas y autoridades académicas, por su apoyo constante y por fomentar un entorno de rigor y colaboración.

A los grupos de investigación y equipos editoriales, por su exigencia intelectual y aporte a este trabajo.

Y a mi familia, por su paciencia, fortaleza y acompañamiento incondicional en cada etapa de este camino.

Bibliografía:

Fernando José Zambrano Farías es Doctor en Ciencias Económicas, Empresariales y Jurídicas por la Universidad de Almería (España) y cuenta con varias maestrías en Inteligencia de Negocio, Contabilidad y Finanzas Corporativas, y Dirección y Gestión Financiera. Ha sido docente por más de quince años en instituciones como la Universidad de Guayaquil, la Universidad Internacional del Ecuador, la Universidad Técnica de Machala y South Florida International College (EE. UU.), impartiendo cátedras en economía, finanzas, estadística y metodología de la investigación.

Posee una amplia trayectoria profesional en gerencias financieras y administrativas, y es director del grupo de investigación INEG (Innovación, Negocios y Género). Ha desarrollado y liderado proyectos sobre desempeño empresarial, finanzas corporativas y microempresas en Ecuador. Es autor de numerosas publicaciones indexadas en Scopus, Web of Science y Latindex, en temas de rentabilidad, sostenibilidad, insolvencia y desempeño organizacional.

Su trabajo integra docencia, investigación y gestión académica, consolidándolo como un referente en el análisis económico-financiero y la producción científica aplicada al contexto empresarial ecuatoriano.

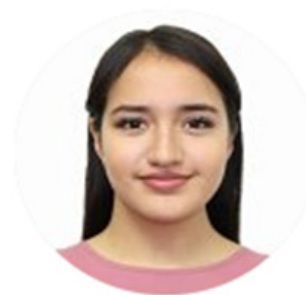
Sánchez Pacheco María Estefanía

Universidad de Guayaquil. Tecnológico

Superior Life College International

Correo electrónico: maría.sanchez@ug.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2469-9018>



Dedicatoria

A mi familia, por su amor, su paciencia y la fuerza que me han dado en cada etapa de mi vida académica y profesional.

A quienes siempre creyeron en mí y me impulsaron a seguir avanzando, incluso en los momentos más desafiantes.

Esta obra es también de ustedes.

Agradecimiento

Agradezco profundamente a la Universidad de Guayaquil y al Instituto Tecnológico Superior Life College International por abrirme las puertas a la docencia universitaria y permitirme crecer en un entorno académico exigente y enriquecedor.

A mis colegas, directivos y equipos de investigación, cuyo acompañamiento, colaboración y visión compartida han fortalecido mi labor científica.

A las instituciones y proyectos de investigación en los que he tenido el privilegio de participar, por brindarme espacios donde el conocimiento se convierte en impacto real.

Y, sobre todo, a mi familia, por su apoyo incondicional, su confianza y su presencia constante, que han sido el sostén fundamental en cada logro alcanzado.

Bibliografía:

María Estefanía Sánchez Pacheco es investigadora acreditada como Investigador Auxiliar 2 por la SENESCYT y candidata a Doctora en Ciencias Económicas, Empresariales y Jurídicas por la Universidad de Almería (España). Posee una sólida formación de posgrado, con maestrías en Inteligencia de Negocio, Contabilidad y Auditoría, Dirección y Gestión Financiera y Dirección de Recursos Humanos, además de licenciaturas en Marketing y Negocios Internacionales. Ha desarrollado experiencia docente en la Universidad de Guayaquil y en Life College International, impartiendo asignaturas vinculadas a recursos humanos, auditoría, finanzas y administración. Su trayectoria profesional incluye roles directivos y de asesoría en talento humano, finanzas y gestión estratégica en empresas ecuatorianas del sector público y privado. Sus líneas de investigación abarcan recursos humanos, género, finanzas corporativas y economía financiera. Forma parte de grupos académicos de investigación y ha participado en proyectos institucionales sobre competitividad empresarial, rentabilidad de microempresas y desempeño de MIPYMES en Ecuador. Ha presentado ponencias en congresos nacionales e internacionales y cuenta con múltiples publicaciones indexadas en Scopus y revistas especializadas, en temas de rentabilidad empresarial, insolvencia financiera, inclusión financiera, gobernanza corporativa y uso de tecnologías en la educación. Su trabajo combina docencia, investigación y experiencia profesional, consolidándola como una académica comprometida con el desarrollo científico, la sostenibilidad empresarial y la formación de nuevas generaciones.

RIVERA NARANJO CARLOS IVÁN

Universidad Estatal de Milagro UNEMI

Correo electrónico: criveran@unemi.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4194-1387>



Dedicatoria

De manera primordial, a mi familia, por ser mi centro, apoyo y mayor fortaleza. Gracias por sostenerme en los momentos complejos, por darme equilibrio cuando todo exigía más, y por inspirarme cada día a continuar con tenacidad, investigando, enseñando y construyendo con propósito.

A quienes creen que el conocimiento no es un fin en sí mismo, sino un puente para comprender, transformar y mejorar nuestras sociedades.

Agradecimiento

Este libro es el resultado de un proceso continuo de estudio y reflexión, guiado por la convicción de que el conocimiento debe contribuir a comprender la realidad y generar propuestas de mejora social.

Agradezco a mis colegas, investigadores y estudiantes, cuyas inquietudes, debates y críticas fundamentadas enriquecieron la construcción de esta obra, recordándome el valor del diálogo plural como motor del pensamiento académico.

Mi gratitud a las instituciones de educación superior donde he desarrollado mi labor docente y profesional. De manera especial, a la Universidad Estatal de Milagro, cuyas experiencias en el aula y en proyectos de investigación aportaron decisivamente al enfoque aplicado del libro, sustentado en el análisis económico-político y la relación entre marcos normativos e instrumentos técnicos en la toma de decisiones.

A mi familia, por su paciencia, confianza y apoyo incondicional, fundamentales para sostener este camino académico y profesional.

Finalmente, agradezco a mis coautores por la confianza, el trabajo conjunto y el compromiso intelectual con cada etapa del proceso editorial y científico.

A todos quienes acompañaron este trayecto, gracias por ser parte de la construcción de este proyecto, que hoy compartimos con nuestros lectores.

Bibliografía:

Carlos Iván Rivera Naranjo es economista e investigador acreditado por el Sistema Nacional de Investigación del Ecuador. Actualmente es candidato a Doctor en Ciencias Políticas por la Universidad de Santiago de Compostela (España). Posee estudios de posgrado de alto nivel, incluyendo maestrías en Economía Internacional, Análisis Político, Administración y Dirección de Empresas, entre otras, además de una sólida formación especializada en áreas afines a las ciencias sociales, jurídicas y del comportamiento.

Cuenta con más de 15 años de experiencia docente en educación superior, tanto en Ecuador como en el extranjero, donde ha impartido cátedras de Economía Política, Historia del Pensamiento Económico, Macroeconomía, Relaciones Económicas Internacionales, Legislación Económica y Financiera, Gestión Pública, Gobernanza y Teoría de Políticas Públicas, entre otras.

Su trayectoria profesional abarca más de 20 años en el servicio público, incluyendo cargos de alta dirección en empresas públicas, consultorías especializadas y asesorías en múltiples dimensiones de la gestión estatal. También ha sido consultor en organismos multilaterales, donde ha liderado y diseñado proyectos en temas de gobernanza y gestión pública, con especial énfasis en el contexto ecuatoriano.

Es autor de publicaciones académicas especializada en Scopus, Web of Science y Latindex, en áreas como: Dirección y gestión pública y privada, Historia económica, Políticas públicas con enfoque económico, Gobernabilidad y procesos políticos, Gobernanza aplicada al sector empresarial y público

Su trabajo académico se distingue por articular docencia, investigación aplicada y gestión, enfoque que ha fortalecido su trayectoria como un referente en el análisis económico-político, el diseño de políticas públicas y la producción científica con impacto en la toma de decisiones, tanto en el ámbito organizacional como en la gestión gubernamental.

PROLOGO

El libro “Econometría”, publicado en 2026 por Editorial E-IDEA OMWIN SA., marca un avance significativo en la educación ecuatoriana al combinar con habilidad las matemáticas, la estadística y los fundamentos económicos dentro de un esquema integrado de análisis cuantitativo. En un entorno donde los mercados evolucionan rápidamente y los recursos son cada vez más escasos, esta publicación se presenta como una herramienta esencial para aquellos profesionales y estudiantes interesados en entender y anticipar situaciones económicas complejas, abarcando desde el crecimiento del país hasta la distribución del ingreso. Los creadores, gracias a su amplia trayectoria en instituciones como UNEMI, UEES y la Universidad de Guayaquil, han desarrollado un contenido que no solo explica métodos econométricos, sino que también muestra su utilización efectiva en la formulación de decisiones estratégicas. Con derechos de autor bajo la licencia Creative Commons BY-NC-ND 4.0, esta edición inicial de 98 páginas promueve un acceso libre al aprendizaje, favoreciendo la eficacia en escenarios con limitaciones de recursos y apoyando un desarrollo sostenible en América Latina. Desde el punto de vista estructural, el libro se divide en cinco secciones que llevan al lector a un recorrido lógico y gradual hacia la comprensión de la econometría. El primer capítulo examina las matemáticas como una forma de “medicina” económica, resaltando modelos que manejan datos numéricos con gran precisión; el segundo capítulo se sumerge en la estadística descriptiva e inferencial, crucial para organizar datos cuantitativos. Luego, se analizan métodos estadísticos importantes incluyendo probabilidades frecuentes, modelos binomiales, normales y de Pareto dónde se define la economía como la ciencia que estudia la escasez, contrastando la microeconomía y la macroeconomía con indicadores esenciales como el PIB y la inflación. El quinto capítulo se cierra con técnicas econométricas avanzadas, tratamientos de regresión, heterocedasticidad, autocorrelación y análisis de series temporales, dotando al lector de modelos estructurales que le permitan hacer proyecciones futuras.

Eco. Nubia Casquete Baidal, MFPC.

Doctora en Ciencias Económicas

Directora Área de Investigación Económica - Financiera

E-IDEA OMWIN SA

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO I.....	4
LAS MATEMÁTICAS Y LA ECONOMETRÍA.....	4
LAS MATEMÁTICAS COMO MEDICIÓN.....	4
MODELOS MATEMÁTICOS EN LA MEDICIÓN.....	5
LAS MATEMÁTICAS EN LA ECONOMÍA.....	6
CAPITULO II.....	9
LA ESTADÍSTICA.....	9
CARACTERÍSTICAS DE LA ESTADÍSTICA.....	9
CAPITULO III.....	13
MÉTODOS ESTADÍSTICOS Y EL FENÓMENO ECONÓMICO.....	13
MÉTODOS ESTADÍSTICOS MÁS UTILIZADAS EN LA MEDICIÓN DE FENÓMENOS ECONÓMICOS	13
Probabilidad.....	13
Probabilidad Frecuencial.....	13
Probabilidad Subjetiva.....	13
La Probabilidad y su Cuantificación.....	13
Modelo Binomial.....	14
Modelo Hipergeométrico.....	15
Modelo Uniforme.....	17
Modelo Normal.....	18
Modelos de Distribución de la Renta.....	20

Histograma.....	20
Modelo de Pareto.....	21
Modelo Gamma.....	22
CAPITULO IV.....	24
ECONOMÍA.....	24
DEFINICIÓN DE ECONOMÍA.....	24
TIPOS DE ACTIVIDADES ECONÓMICAS.....	27
El Consumo.....	27
La Producción.....	28
La Distribución.....	28
Factores de la Producción.....	29
La Escasez y el Principio Económico.....	30
LA ECONOMÍA COMO CIENCIA.....	30
RELACIÓN DE LA ECONOMÍA CON OTRAS CIENCIAS.....	31
MICROECONOMÍA Y MACROECONOMÍA.....	32
Microeconomía (El mercado).....	33
La Importancia de la Microeconomía.....	36
Macroeconomía (Economía Nacional).....	37
Los Indicadores Económicos.....	38
MODELACION ECONOMICA.....	41
IMPORTANCIA DE LA ECONOMÍA.....	42
CAPITULO V.....	43
ECONOMETRÍA.....	43
DEFINICIÓN DE LA ECONOMETRÍA.....	43
PROCEDIMIENTO ECONÓMETRICO GENERAL.....	43

ETAPAS DEL PROCEDIMIENTO ECONOMETRICO GENERAL.....	44
TIPOS DE ECONOMETRIA.....	46
EL PROYECTO ECONOMETRICO.....	47
LOS MODELOS ESTRUCTURALES ECONOMETRICOS.....	52
LA REGRESIÓN.....	53
MODELOS DE REGRESIÓN CLASICO.....	55
Mínimos cuadrados ordinarios (mco).....	55
Supuestos.....	58
Estimadores.....	61
Prueba de hipótesis.....	65
HETEROCEDASTICIDAD.....	67
Métodos de corrección.....	70
AUTOCORRELACIÓN.....	72
VARIABLES ARTIFICIALES O CUALITATIVAS.....	74
SERIES TEMPORALES.....	79
Estimación.....	82
Predicción.....	83
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA.....	87

INTRODUCCIÓN

Vivimos en un mundo muy dinámico donde el hombre ha venido desarrollando a través de la historia una serie de conocimientos que han servido para impulsar la ciencia y a su vez diversas tecnologías que han permitido mejorar la calidad de vida de la sociedad; Además adaptar el planeta para cubrir sus diversas necesidades, con el devenir del tiempo el mundo se ha convertido en una civilización moderna y pujante, que continúa explorando esos conocimiento para lograr una mayor igualdad entre todos los seres humanos.

Las ciencias económicas representan un cuerpo de conocimientos, que juegan un papel fundamental en lograr un mundo mejor, el cómo lograr producir con eficiencia para conseguir mejoras en el bienestar económico de una persona sin perjudicar a otra. La esencia de la teoría económica es reconocer la realidad de la escasez y luego encontrar la manera de organizar a la sociedad de tal manera que logre el uso más eficiente de sus recursos. Es ahí donde la economía hace su contribución más importante a la sociedad.

La economía se ha convertido en una disciplina científica, que estudia la realidad económica mundial a través de la adquisición de datos, de la elaboración de hipótesis, principios, juicios de valor y modelos, sirviéndose de herramientas metodológicas y estadísticas. La economía se convierte en un conocimiento fundamental para el desarrollo de una nación, mediante la instrumentación de modelos económicos que permitan el crecimiento financiero y procesos de producción sostenibles en el tiempo.

Es importante destacar, como parte de esos nuevos conocimientos el surgimiento de la econometría que se ha desarrollado como una especialidad muy importante de la economía, generando una serie de saberes propios de la disciplina, entre ellos se desarrollan los procedimientos econométricos que buscan describir, predecir una realidad económica específica, para así poder buscar las mejores alternativas para enfrentar los diversos escenarios que se presentan a futuro.

En consecuencia, la econometría tiene una gran importancia a la hora de tomar decisiones, a cualquier nivel y prácticamente en cualquier actividad humana aunque en apariencia no tenga vinculación con la economía. De acuerdo con el enfoque económico de la conducta humana, no existe acto humano alguno ajeno a la racionalidad económica, ya que la mayoría de los aspectos relacionados a un individuo, caen definitivamente en el campo de las decisiones y, por tanto, en el de la economía. Las decisiones que en última instancia, responden a incentivos y/o castigos que tienen una fundamentación económica y que pueden cuantificarse para ampliar nuestra comprensión del fenómeno y en consecuencia, generar instrumentos precisos de prevención, atención o corrección.

La econometría ha generado una serie de herramientas que permiten realizar los estudios relacionados al desarrollo económico y todas sus diversas posibilidades, para ello se ha apoyado en otras especialidades como la matemática y la estadística, es así como, el conocimiento de

las matemáticas es muy importante en la economía, siempre y cuando el investigador maneje el conocimiento de la teoría económica. Entender que la econometría es un ejercicio en economía, y requiere el uso de las matemáticas y la estadística como herramientas esenciales.

Por consiguiente, la formación en matemáticas y estadística es importante para realizar aplicaciones econométricas. La econometría ha tenido un gran avance, impulsado por la aplicación de las matemáticas y la estadística matemática al análisis económico. El enfoque cuantitativo de la investigación económica utilizando métodos matemáticos, dio un gran impulso para fortalecer la econometría como un área primordial de la economía.

La investigación se presenta de la siguiente forma:

Capítulo I, configura la relación existente entre las matemáticas y la econometría, como las matemáticas están presentes en los modelos econométricos, como la tendencia a la matematización, y en concreto el hecho de que los datos numéricos se pueden procesar fácil y rápidamente gracias a las innovaciones tecnológicas, puede suponer que en muchos casos se puede estudiar mediante números, muchos fenómenos económicos y así explicar su futuro comportamiento.

Capítulo II, contiene una referencia relacionadas con la estadística, como la ciencia cuyo objetivo es reunir una información cuantitativa relacionada a individuos, grupos, hechos, tendencias, entre otros, para luego deducir de ello gracias a la observación, estudio y análisis de estos datos unos significados precisos o unas perspectivas para el futuro. La estadística, en general, es la ciencia que trata de la recopilación, organización presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva.

Capítulo III, explica una serie de métodos estadísticos más utilizados para medir el fenómeno económico, la cuantificación de probabilidades, que aparece asociado a la teoría combinatoria. En efecto, para cuantificar el número de casos favorables y posibles asociados a determinada experiencia debemos identificarlas condiciones en las que ésta se realiza, evitando así confusiones. Una vez especificadas estas condiciones, la cuantificación de los casos (tanto favorables como posibles) se llevará a cabo mediante los conceptos de variaciones, permutaciones o combinaciones.

Capítulo IV, en este capítulo se describe la economía como ciencia que estudia cómo las sociedades utilizan sus recursos para producir bienes valiosos y distribuirlos entre las diferentes personas. Dando gran relevancia a entender: los bienes son escasos y la sociedad debe utilizar sus recursos con eficiencia. Como para estudiar el desarrollo económico en un país, es necesario conocer las cifras correspondientes del producto interno bruto, desempleo, inflación, tasa de crecimiento de la población, índice de marginación, distribución del ingreso y otros. Desde luego, las teorías elaboradas deberán ser comprobadas empíricamente, para lo cual se requiere tanto de las estadísticas como de las matemáticas.

Capítulo V, en este se presenta los conceptos relacionados con la econometría, definición, procedimientos, proyectos y modelos. Es importante destacar también que la aplicación de los modelos econométricos nos permite evaluar posibles realidades futuras y tomar previsiones al respecto, precisamente porque un modelo econométrico busca crear una ruta en la investigación que constituye un eje ordenador que facilita en gran medida el trabajo del proyecto econométrico, porque evita la dispersión y con ello la posibilidad de conocer las posibles realidades futuras y como enfrentarlas con éxito.

Finalmente, la investigación buscó generar una serie de conocimientos acerca de la Econometría, además de esbozar un conjunto de planteamientos en referencia a las posibilidades presentes y futuras de aplicación de herramientas matemáticas y estadísticas en el campo de la econometría.

CAPÍTULO I

LAS MATEMÁTICAS Y LA ECONOMETRÍA

LAS MATEMÁTICAS COMO MEDICIÓN

En la actualidad, la matemática es presentada como un conjunto de lenguajes formales que pueden ser usados como herramienta para plantear problemas de manera no ambigua en contextos específicos, explica Mora K. (2018), se hace presente una matematización acelerada de todas las ciencias, no sólo porque la matemática se utilice para medir o describir fenómenos, sino como herramienta básica para su desarrollo. Esta tendencia a la matematización, y en concreto el hecho de que los datos numéricos se pueden procesar fácil y rápidamente gracias a las innovaciones tecnológicas, puede suponer el peligro de creer que todo se puede reducir a números, descuidando otras dimensiones, como los valores, que quedan fuera de los niveles de abstracción que comporta la matemática.

Sin embargo, la matemática representa una herramienta poderosa para la realización de medidas que cuantifiquen cualquier proceso específico, la matemática como ciencia formal se encarga del estudio, análisis, relaciones y propiedades de entidades abstractas como son los números, símbolos y figuras geométricas, haciendo uso del razonamiento lógico; en fin, es una ciencia que se interrelaciona con otras ciencias como disciplina y a su vez se divide en dos ramas, como lo son las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas.

El conocimiento de las matemáticas es muy importante en la economía, siempre y cuando el investigador maneje el conocimiento de la teoría económica. Lo principal según Mejías L. (2008) entender que la econometría es un ejercicio en economía, y no en las matemáticas o en la estadística como tales. Aun cuando el econometrista ha llevado a cabo el análisis matemático y estadístico, una comprensión clara del hecho económico es indispensables al interpretar los resultados.

En consecuencia, la formación en matemáticas y estadística es fundamental para realizar aplicaciones econométricas. La econometría ha tenido un progreso espectacular impulsado por la aplicación de las matemáticas y la estadística matemática al análisis económico. El enfoque cuantitativo de la investigación económica utilizando métodos matemáticos, dio un gran impulso para fortalecer la econometría como un área primordial de la economía.

Finalmente, el manejo de las matemáticas se hace esencial, primero, para especificar la forma funcional de un teorema económico dentro del contexto de un estudio dado, y segundo, para identificar cada una de las relaciones funcionales que describen el modelo bajo investigación. La econometría, sin embargo, se debe diferenciar de la economía matemática, en la cual se manejan relaciones exactas. La econometría se fundamenta en relaciones que son estocásticas, en el sentido de que no se dejan de lado perentoriamente, perturbaciones en las variables económicas que no han sido explicadas o que no se pueden explicar.

MODELOS MATEMÁTICOS EN LA MEDICIÓN

Un modelo matemático es una representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas, de un fenómeno, sistema o de la relación entre dos o más variables. La rama de las matemáticas que se encarga de estudiar las cualidades y estructura de los modelos es la llamada teoría de los modelos.

Los modelos matemáticos son utilizados para analizar la relación entre dos o más variables. Pueden ser utilizados para entender distintos fenómenos. Dependiendo del objetivo buscado y del diseño del mismo modelo pueden servir para predecir el valor de las variables en el futuro, hacer hipótesis, evaluar los efectos de una determinada política o actividad, entre otros objetivos.

Los modelos matemáticos pueden variar en cuanto a su complejidad, pero todos ellos tienen un conjunto de características básicas, como lo son: las variables que los objetos o elementos que se analizan, parámetros que representan valores conocidos o controlables del modelo, restricciones que son determinados límites que nos indican que los resultados del análisis son razonables, conocidos o controlables del modelo. También el modelo establece una determinada relación entre las variables apoyándose en teorías económicas, físicas, químicas y matemáticas entre otras.

Explica Ulloa D. (2016), que los elementos de modelación matemática están indisolublemente unidos a lo que hoy se conoce como Métodos económicos matemáticos para la toma de decisiones, los cuales desarrollan modelos de optimización que permiten describir sistemas de producción y servicio y analizar estrategias óptimas considerando entre otros elementos la disponibilidad de recursos, condiciones de mercado, de insumos y productos, eficiencia productiva, manejo y estructura de la organización, estructura de costos y precios, niveles de producción y uso de tecnología.

Deben tenerse varios factores en mente al seleccionar qué método cuantitativo se va a aplicar. Además de las consideraciones de beneficio/costo, es necesario pensar en cuáles son los métodos con que el analista y el usuario se sienten a gusto, en el tipo de situación que se va a analizar, en la cantidad de poder descriptivo requerida, en la cantidad de tiempo disponible para el desarrollo del modelo y en la disponibilidad de datos.

A su vez puede decirse que la modelación matemática es el proceso de imitar la realidad utilizando el lenguaje de las matemáticas, según Menguzzato M. (2005), este lenguaje es lo suficientemente rico como para tratar los más diversos problemas tanto por la materia de su contenido como por su complejidad.

Los modelos matemáticos se corresponden con los llamados modelos formales donde el sistema económico en estudio se describe en su mayoría a través de ecuaciones e inecuaciones que expresan relaciones funcionales que contienen variables, las cuales, por su esencia, pueden ser

de dos tipos: controlables o de decisión (representan aspectos o elementos del sistema modelado que pueden ser afectados por el hombre) y no controlables (aquellas sobre las cuales el hombre no puede ejercer acción). Si además el objetivo económico forma parte del modelo, se tiene un modelo de optimización.

La modelación matemática tiene como objetivo principal el asegurar una modelación altamente calificada de los procesos y fenómenos económicos, para después con la técnica matemática más apropiada realizar la elaboración racional de la información existente para la dirección y la planificación. Efectuar el análisis cuantitativo, es decir, determinar los valores óptimos de las variables controlables de acuerdo con algún criterio de evaluación (técnicas de optimización), o estudiar el efecto que sobre el comportamiento del fenómeno pueden tener diferentes conjuntos de valores de las variables. Esto permite asegurar la toma de las decisiones más racionales para el desarrollo de la organización y la elevación de su efectividad.

Estos elementos de modelación matemática están indisolublemente unidos a lo que hoy se conoce como métodos económicos matemáticos para la toma de decisiones, los que juegan un papel importante en la administración, es decir, que son técnicas matemáticas que se utilizan con el objetivo de desarrollar y evaluar soluciones a problemas económicos, que sirvan de apoyo cuantitativo en la toma de decisiones, siendo la esencia de este proceso científico.

Los modelos se pueden representar de varias maneras. En el caso de problemas sencillos y repetitivos, todo el proceso de toma de decisiones puede ocurrir en la mente del que está decidiendo, quizás de manera informal e intuitiva. Si el problema es menos común o más complejo, pensamos un poco más acerca de él. La técnica apropiada para describir y relacionar las variables seleccionadas depende en gran medida de la naturaleza de las variables, por lo que es necesario distinguir las bases cuantitativas y cualitativas para la toma de decisiones.

La representación de un problema o situación, a través de un modelo económico – matemático puede tomar diferentes formas y ser una gran ayuda para reunir y mostrar el problema en particular o los parámetros de la decisión. Un conocimiento básico de la teoría de la decisión ayudará a quienes la utilizan a tomar las decisiones más acertadas.

LAS MATEMÁTICAS EN LA ECONOMÍA

Cuando los conceptos a que se refieren los símbolos representan conceptos esencialmente cuantitativos es cuando las ciencias matemáticas resultan útiles, y de hecho indispensables, para analizar sus relaciones. En las matemáticas, las definiciones o axiomas y los supuestos se establecen con precisión en forma simbólica, y el análisis se realiza por deducción a fin de obtener conclusiones. En las matemáticas aplicadas difieren de las matemáticas puras en un aspecto muy importante: en la matemática pura los símbolos representan conceptos abstractos cuyas propiedades se fijan por definición, mientras que en la matemática aplicada muchos símbolos

corresponden a variables que se observan en el mundo real; las propiedades de tales variables tienen que determinarse por observación y no por definición abstracta, y luego enunciarse en forma matemática.

Dado que la Economía trata de conceptos que son de naturaleza esencialmente cuantitativa, por ejemplo: precio, costo, escalas de salarios, inversiones, ingresos y utilidades, gran parte del análisis económico es ineludiblemente matemático. Las matemáticas proporcionan una estructura sistemática lógica dentro de la cual pueden estudiarse las relaciones cuantitativas.

Las matemáticas hacen que el economista sea preciso al definir variables pertinentes, al plantear con claridad las hipótesis formuladas, al establecer lógicamente el desarrollo del análisis, y al considerar un número de variables mayor del que sería posible expresar verbalmente. El análisis matemático toma las definiciones y supuestos tal como se dan, y obtiene las conclusiones que se desprenden lógicamente de ellos. Por lo tanto, el análisis matemático es por naturaleza lógico y no empírico, y puede considerarse responsable de las conclusiones sólo en cuanto a su validez lógica, dadas las definiciones y supuestos en que se basan aquellas, y no en cuanto a su exactitud empírica.

La matemática en la economía es una de las partes más útiles e interesantes de la matemática aplicada, sobre todo en los tiempos actuales, cuando todo mundo aspira a lograr con su dinero, el máximo de beneficios como comprador, y óptimos rendimientos como inversionista. Esto demanda cada vez más un mayor número de profesionales y de personas que sean capaces de efectuar cálculos financieros, para llevar a cabo operaciones económicas con seguridad y propiedad para obtener buenos resultados.

En consecuencia, el estudio y aplicación de la matemática a las finanzas, se reduce a algo tan simple como disponer y saber utilizar los medios y elementos necesarios para trasladar en el tiempo y de manera simbólica, las cantidades de dinero que intervienen en cualquier operación de carácter financiero.

La matemática en las finanzas es una ciencia de aplicación inmediata, en el sentido de que las personas que la estudian encuentran una fácil relación entre los modelos matemáticos en que se basa y el mundo en que tales personas viven. La mayoría de ellas compran autos, una casa u otro tipo de artículo a plazos, solicitan créditos, contratan pólizas de seguro, entre otros. Asimismo, eluden la depreciación de sus ahorros invirtiendo, en fin, son muchas las operaciones económicas que en las personas realizan cotidianamente y en gran cantidad de ocasiones sin conciencia de la operación financiera que efectúa.

La matemática financiera, también llamada matemática de las operaciones financieras, es una parte de la matemática aplicada que estudia los modelos matemáticos relacionados con los cambios cuantitativos que se producen los llamados capitales, que se representan mediante diversas cantidades de recursos o dinero, estos capitales sufren cambios de acuerdo al modo que son

invertidos. Es por esta razón que los modelos matemáticos se han convertido en herramientas indispensables para las ciencias económicas, las finanzas, las ciencias empresariales y la dirección de empresas. Esto es así porque permite afrontar problemas y decisiones que de otro modo serían difíciles de resolver.

La teoría de las finanzas estudia cómo los individuos y las firmas deben ubicar recursos, a través del tiempo, de manera óptima. En particular, busca explicar cómo la existencia de mercados de capitales facilita la óptima ubicación de tales recursos. Podemos mirar las conexiones entre la teoría de las finanzas y la matemática desde dos puntos de vista: La teoría de las finanzas como una teoría matemática per sé, y la teoría de las finanzas como una rama de la economía financiera que utiliza muchas de las teorías y herramientas matemáticas más elaboradas de nuestra época. Estos puntos de vista no son excluyentes, más bien se complementan mutuamente.

CAPÍTULO II

LA ESTADÍSTICA

CARACTERÍSTICAS DE LA ESTADÍSTICA

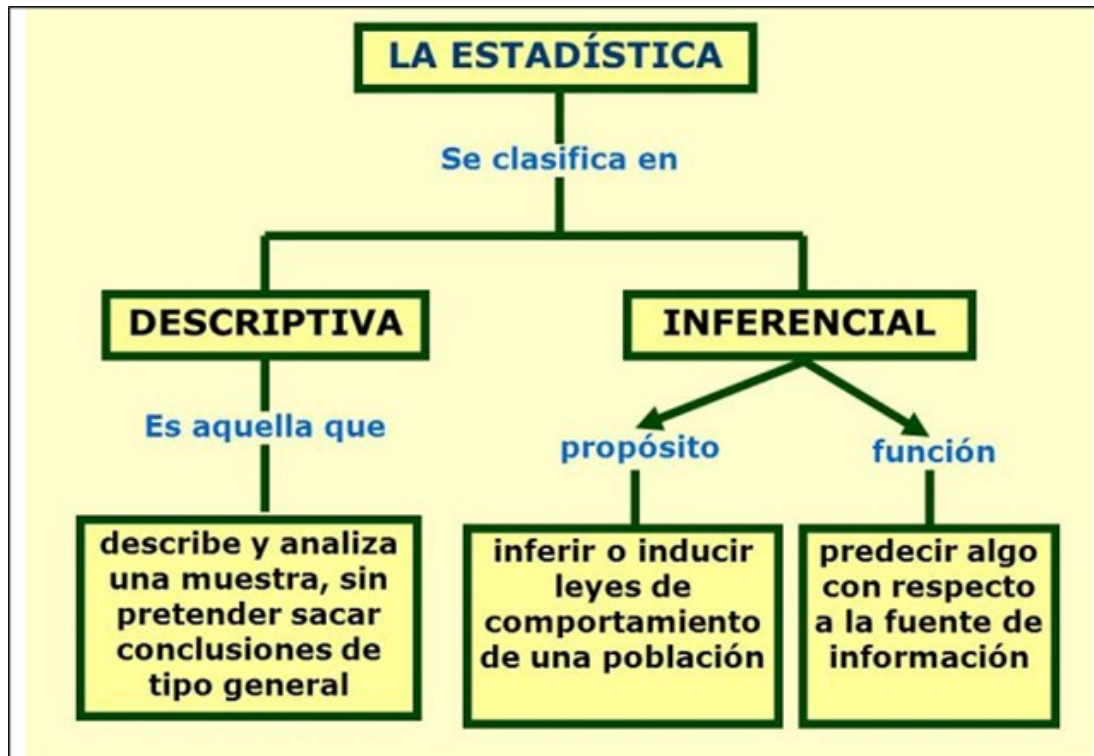
Según Muñoz, D. (2000), la estadística es la ciencia cuyo objetivo es reunir una información cuantitativa concerniente a individuos, grupos y series de hechos, entre otros, para luego deducir de ello gracias al análisis de estos datos unos significados precisos o unas previsiones para el futuro. La estadística, en general, es la ciencia que trata de la recopilación, organización presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva.

Los métodos estadísticos tradicionalmente se usan para propósitos descriptivos, para organizar y resumir datos numéricos. La estadística descriptiva, por ejemplo, trata de la tabulación de datos, su presentación en forma gráfica o ilustrativa y el cálculo de medidas descriptivas. Ahora bien, las técnicas estadísticas se aplican de manera amplia en mercadotecnia, contabilidad, control de calidad y en otras actividades; estudios de consumidores; análisis de resultados en deportes; administradores de instituciones; en la educación; organismos políticos; médicos; y por otras personas que intervienen en la toma de decisiones.

La estadística para su mejor estudio se ha dividido en dos grandes ramas muestra (Figura 1): la Estadística Descriptiva y la Inferencial. Estadística Descriptiva: consiste sobre todo en la presentación de datos en forma de tablas y gráficas. Esta comprende cualquier actividad relacionada con los datos y está diseñada para resumir o describir los mismos sin factores pertinentes adicionales; esto es, sin intentar inferir nada que vaya más allá de los datos, como tales. Estadística Inferencial: se deriva de muestras, de observaciones hechas sólo acerca de una parte de un conjunto numeroso de elementos y esto implica que su análisis requiere de generalizaciones que van más allá de los datos.

Como consecuencia, la característica más importante del reciente crecimiento de la estadística ha sido un cambio en el énfasis de los métodos que describen a métodos que sirven para hacer generalizaciones. La Estadística Inferencial investiga o analiza una población partiendo de una muestra tomada.

Figura 1. Clasificación Básica de la Estadística



Fuente: Adaptado Muñoz, D. (2000)

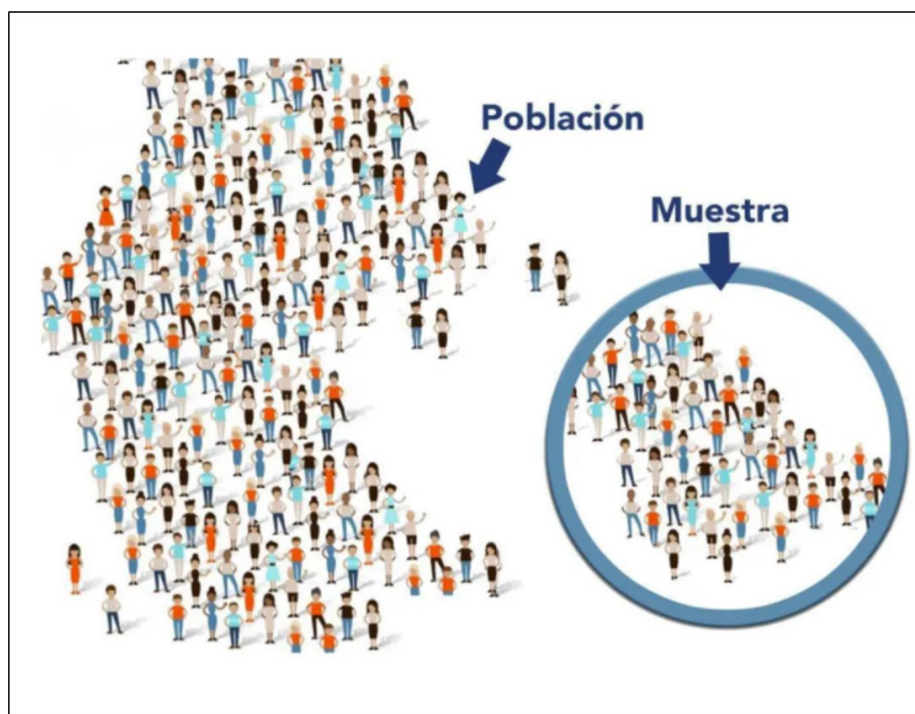
El conjunto de los métodos que se utilizan para medir las características de la información, para resumir los valores individuales, y para analizar los datos a fin de extraerles el máximo de información, es lo que se llama métodos estadísticos. Los métodos de análisis para la información cuantitativa se pueden dividir en los siguientes seis pasos:

1. Definición del problema.
2. Recopilación de la información existente.
3. Obtención de información original.
4. Clasificación.
5. Presentación.
6. Análisis.

Mediante la mencionada metodología se puede obtener análisis puntuales de información recabada en un área específica, también organizar, resumir, presentar, recolectar y analizar dichos datos mediante la clasificación y cuantificación para exponer los fenómenos observados, por lo que resulta un instrumento de sumo provecho para la toma de decisiones.

La estadística tiene una serie de elementos, entre los cuales destacan la población y muestra (Figura 2), según explica Martínez C. (2012), **la población** representa al total del conjunto de objetos o elementos de los cuales se quiere conseguir información. Por lo tanto, el término tiene un significado más extenso que el usual, debido a que puede representar a cosas, actos, áreas geográficas, personas e inclusive el tiempo. Es importante que la población está afinadamente determinada en el espacio y en el tiempo, de manera que ante la figura de un potencial componente de la misma, se pueda concluir si forma parte o no de la población bajo análisis. Consecuentemente, al detallar una población, se debe preservar que el conjunto de manuales que la conforman quede cabalmente delimitado. Por ejemplo, si se está analizando las escuelas de secundarias, se debe detallar cuáles y cuándo: escuelas secundarias, zona y año. Asimismo, se puede afirmar que el tamaño de una población viene dado por el conjunto de elementos que la conforman.

Figura 2. Elementos Básicos de la Estadística



Fuente: Adaptado Martínez C. (2012)

Asimismo, **la muestra** también pertenece a los elementos de esta ciencia y es el subconjunto de dispositivos de análisis de una población proporcionada, consignado a proveer información sobre la población. Para que este subconjunto de dispositivos de análisis sea de interés estadística, deben reunirse ciertas necesidades en la elección de los elementos. Por otra parte, los motivos por el cual se eligen muestras son muchas. Puede suceder que la población que se precise tenga tamaño muy grande y en resultado, no fuera posible prestar atención a todos sus elementos. En

otros términos, el costo del análisis absoluto puede ser muy costoso, el tiempo de recaudación de la información muy amplia, o más aún, la observación de los manuales puede ser compleja.

La estadística posee elementos más específicos dentro de su desarrollo, es importante conocer algunos de ellos:

Variable: característica o propiedad de elementos o individuos. Cada una de estas características estudiadas se llama variable estadística.

Variable Cualitativa: Es aquella característica que no podemos expresar con números y hay que expresarla con palabras. Por ejemplo, el lugar de residencia, comida favorita, entre otras.

Variable Cuantitativa: Es cualquier característica que se puede expresar con números. Por ejemplo, el número de personas, la estatura, número de ventas.

Variable Cuantitativa Discreta: Es aquella variable que puede tomar únicamente un número finito de valores. Por ejemplo, el número de hermanos.

Variable Cuantitativa Continúa: Es aquella variable que puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo real. Por ejemplo, la estatura de una persona.

Frecuencia Absoluta: Al número de veces que se repite un cierto valor de nuestras variables.

También es importante, destacar la relevancia de los gráficos estadísticos, ellos nos darán información clara y rápida del conjunto de datos obtenidos en un estudio o investigación estadística. Así mismo señalar que existen varios tipos de gráficas estadísticas y que cada una de ellas será adecuada para diferentes tipos de estudios, en otras palabras, hay estudios donde se busca comparar, otros buscan detectar mayorías o minorías, otros quieren determinar tendencias, otros incidencias, entre otras realidades estudiadas.

En todos los casos, uno en especial será el gráfico más adecuado y claro. Los gráficos estadísticos más usuales son:

- ✓ Gráfico o diagrama de barras
- ✓ Gráfico o diagrama de sectores
- ✓ Histograma
- ✓ Polígono de frecuencias
- ✓ Pictograma

CAPÍTULO III

MÉTODOS ESTADÍSTICOS Y EL FENÓMENO ECONÓMICO

MÉTODOS ESTADÍSTICOS MÁS UTILIZADAS EN LA MEDICIÓN DE FENÓMENOS ECONÓMICOS

Probabilidad

La teoría clásica de la probabilidad, originada directamente en los juegos de azar, establece una definición conectada a su cuantificación. Se establece según Pérez R. (2011), La probabilidad de un suceso es el cociente del número de casos favorables al suceso entre el total de casos posibles, supuestos igualmente verosímiles.

Probabilidad Frecuencial

Se analiza desde una perspectiva experimental, llamada entonces probabilidad frecuencial de un suceso al valor en torno al cual tiende a estabilizarse su frecuencia relativa. Esta idea de probabilidad sólo es válida bajo el supuesto de fenómenos aleatorios experimentales (reproducibles bajo idénticas condiciones un número suficientemente elevado de veces) y que verifiquen el principio de regularidad estadística, según el cual las frecuencias relativas tienden a estabilizarse en torno a un cierto valor.

Probabilidad Subjetiva

Las limitaciones de los enfoques anteriores han sugerido métodos alternativos de determinación de la probabilidad, en los que ésta aparezca desvinculada de la experimentación. Así, frente a las definiciones objetivas de probabilidad, que incluyen las dos anteriores, las teorías subjetivas consideran la probabilidad como “grado de creencia”, resultando así aplicables a un conjunto más amplio de situaciones.

La utilización de esta acepción de probabilidad es muy frecuente, ya que a menudo se plantea la necesidad de cuantificar numéricamente el nivel de “verosimilitud” asignado a un hecho. Esta variante subjetiva introduce como rasgo diferencial respecto a las objetivas la participación directa del individuo que -en función de su situación particular- actúa como “asignador” de probabilidades.

La Probabilidad y su Cuantificación

La cuantificación de probabilidades, que no es un tema completamente resuelto, aparece asocia-

do a la teoría combinatoria. En efecto, para cuantificar el número de casos favorables y posibles asociados a determinada experiencia debemos identificarlas condiciones en las que ésta se realiza, evitando así confusiones. Una vez especificadas estas condiciones, la cuantificación de los casos (tanto favorables como posibles) se llevará a cabo mediante los conceptos de variaciones, permutación y combinaciones.

Modelo Binomial

Un modelo probabilístico de aplicación generalizada según Pérez R (Ob. Cit.) es el binomial, que aparece cuando al efectuar observaciones reiteradas analizamos en cuántos casos se han presentado determinados resultados, habitualmente denominados “éxitos”.

Se considera el ejemplo que 20 empresarios han sido convocados para entrevistarles. Dado que no podemos anticipar la respuesta de cada uno de ellos, ésta puede ser identificada con una variable aleatoria con dos únicos resultados asociados a los sucesos “aceptar” (éxito) y su complementario “no aceptar” (fracaso).

Aunque la variable aleatoria “respuesta de un empresario” podría venir definida de múltiples formas, resulta habitual asignar el valor 1 al éxito y 0 al fracaso. De este modo, se tendría una v.a. discreta cuya distribución de probabilidad quedaría perfectamente determinada una vez conocida la probabilidad de aceptación p .

Dada una prueba dicotómica (también llamada de Bernoulli), caracterizada por dos resultados mutuamente excluyentes (éxito y fracaso), indicando por p la probabilidad de éxito, la variable aleatoria definida como:

$$X = 1 \text{ si ocurre éxito}$$

$$X = 0 \text{ si ocurre fracaso}$$

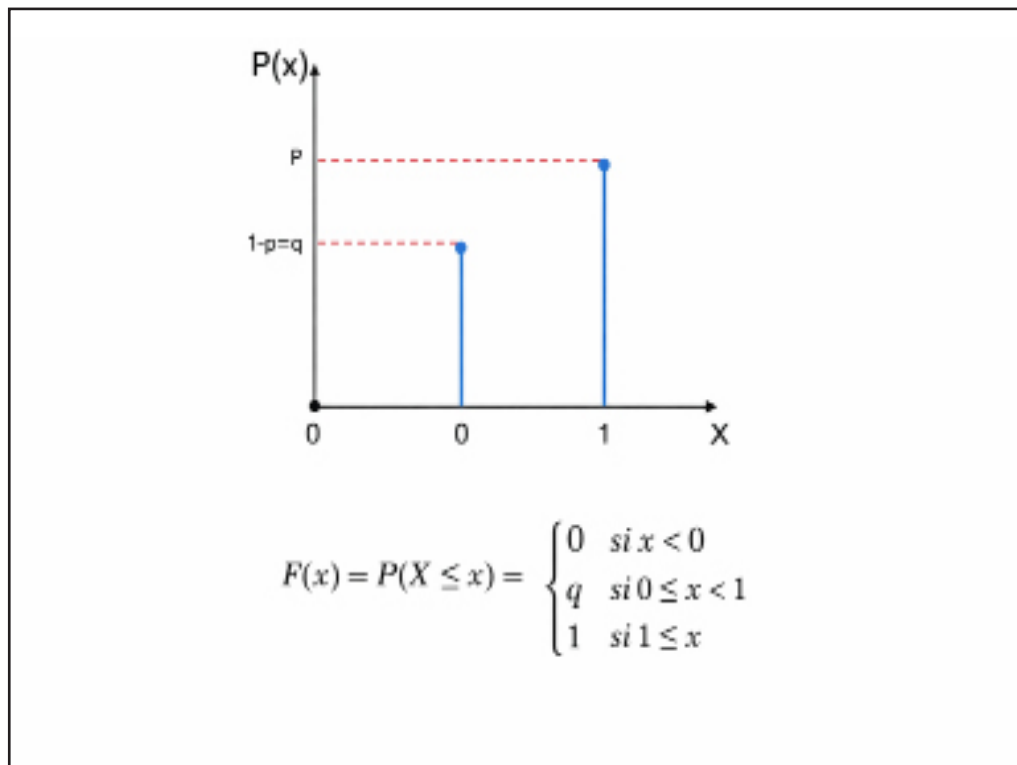
Conocida la probabilidad de éxito p se tiene también la probabilidad de fracaso (complementario) $1 - p = q$ y la función de probabilidad de X vendría dada por:

$$P(X = 0) = q$$

$$P(X = 1) = p$$

Este sencillo modelo discreto puede ser representado mediante un diagrama de barras como el que recoge (Figura 3), a partir del cual se obtiene de modo inmediato la probabilidad acumulada asociada a la función de distribución.

Figura 3. Función de Probabilidad del Modelo Binomial



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011)

Como se puede observar, la interpretación de ambos parámetros es ilustrativa: la esperanza de la distribución (cuyos únicos valores son 0 y 1) correspondería a la probabilidad de éxito (p).

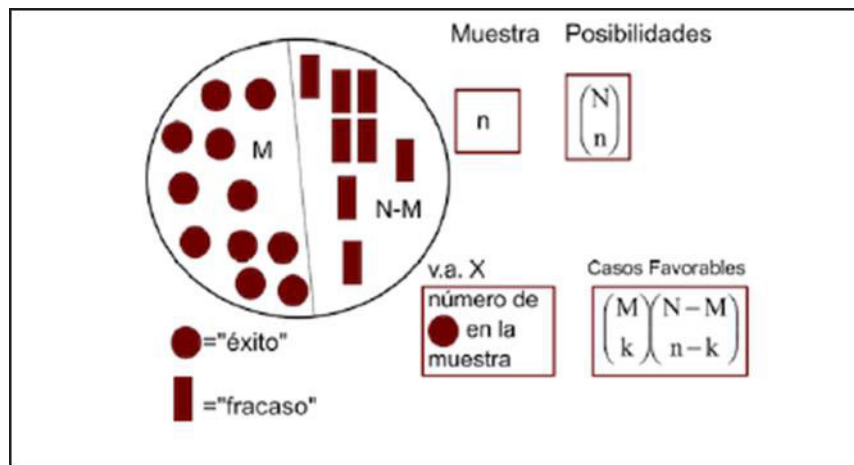
Modelo Hipergeométrico

Frecuentemente la realidad sobre la que se efectúa las observaciones dista de los supuestos establecidos por los modelos probabilísticos. Así, recordando los ejemplos que se recogieron anteriormente se plantea qué sucede si la respuesta de un empresario afecta a las restantes, con lo cual los resultados de las pruebas dejan de ser independientes.

En estas situaciones se incumplen las hipótesis de independencia y de probabilidad constante asumidas en el proceso de Bernoulli, por lo cual, aun cuando nos siga interesando estudiar los elementos que presentan cierta característica, queda excluida la utilización del modelo binomial, resultando adecuada la distribución hipergeométrica.

Las condiciones en las que se define este modelo de probabilidad son las siguientes: consideramos una población total integrada por N elementos (empresarios, alumnos presentados a un examen, candidatos a un empleo, ...) sobre los que nos interesa estudiar determinada característica, que podríamos seguir denominando “éxito” (accederá la entrevista, aprobar el examen, obtener el empleo, ...).

Figura 4. Probabilidad del Modelo Hipergeométrica



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

Supongamos clasificados los integrantes de la población según la característica de interés, tal y como indica (Figura 4): M elementos presentan el rasgo estudiado y $(N - M)$ no lo presentan, Si de la población total seleccionamos aleatoriamente y sin reposición una muestra de n elementos, el número de ellos que presentan la característica analizada (éxitos) es una variable aleatoria que sigue una distribución hipergeométrica $H(N;M; n)$.

Este modelo probabilístico aparece directamente asociado al análisis combinatorio ya que las condiciones del modelo equivalen a una selección aleatoria de n elementos extraídos simultáneamente (sin reposición) de una población de tamaño N . Como consecuencia, la probabilidad de éxito no es constante y el número de posibilidades de selección coincide con los subconjuntos de n elementos extraídos sin reposición entre N , que pueden ser cuantificados mediante la fórmula de las combinaciones:

$$C_{Nn} = (N / n)$$

La principal diferencia entre los modelos binomial e hipergeométrico estriba en el tamaño de la población, ya que si ésta fuese infinita las probabilidades de selección en cada observación permanecerían constantes y el modelo podría reducirse a uno binomial. Pues bien, aunque el tamaño poblacional no sea infinito, si es suficientemente grande la aproximación binomial puede resultar satisfactoria al proporcionar bajos márgenes de error respecto a las probabilidades hipergeométricas. Sin embargo, para que esta aproximación sea buena, se debe tener en cuenta una cosa más: el tamaño de la muestra.

Modelo Uniforme

En algunas magnitudes aleatorias no existe ninguna evidencia a favor de determinados resultados, por lo cual resulta aplicable el principio de indiferencia. Este sería el caso cuando se lanza un dado, se extrae una bola de un bombo de lotería, o se selecciona al azar una carta de la baraja.

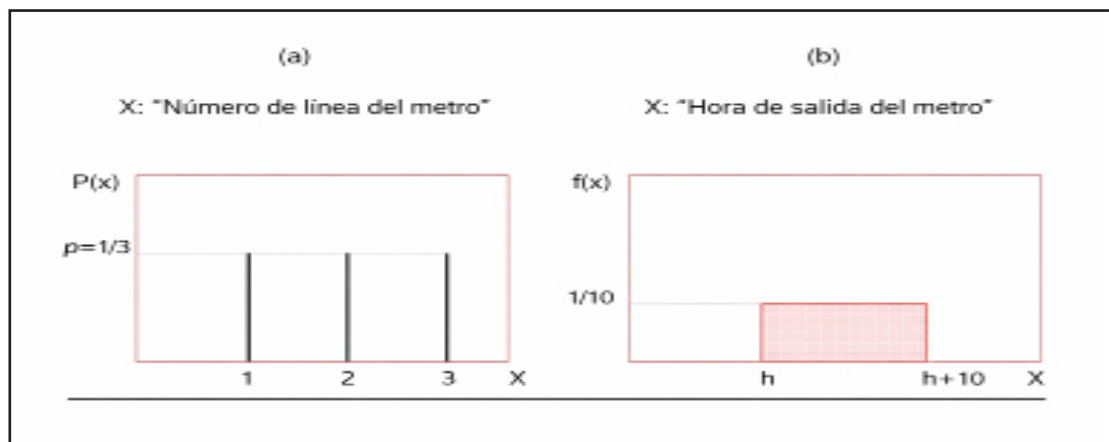
También con frecuencia se conoce el recorrido de una magnitud aleatoria pero se carece de cualquier información adicional. Esta situación, que puede darse tanto en variables discretas como continuas, conduce al modelo uniforme, cuya distribución se corresponde con un reparto equitativo de la probabilidad.

Se supone, por ejemplo, que una persona se dispone a desplazarse utilizando el metro de su ciudad, y consultando el plano, observa que existen tres líneas alternativas que le conducen hasta su destino, con servicio cada 10 minutos.

En este ejemplo aparecen dos magnitudes aleatorias de distinta índole, pero de características similares: una de ellas es la línea de metro elegida y la otra la hora a la que éste realiza su salida.

Tal y como representa (Figura 5), la primera de estas características es una variable discreta a la que pueden asociarse valores 1, 2 y 3. Sin embargo, la segunda es continua dentro de un recorrido que, a partir de una hora genérica h , expresada en minutos, se puede denominar $(h; h + 10)$.

Figura 5. Modelo Uniforme Discreto y Continuo



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

En ambos casos la información se limita a la ya recogida, ignorándose cómo se distribuye la probabilidad de las magnitudes. Ante esta falta de información, se adopta el principio de indiferencia, asumiendo equiprobabilidad de los resultados posibles. Como consecuencia de este supuesto aparece -en sus versiones discreta y continua el modelo uniforme. La figura descrita ilustra la distribución de probabilidad de ambas características: si la línea de metro es seleccionada al azar se tiene.

$$P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 3) = 1 / 3$$

Análogamente, la probabilidad se reparte de modo uniforme en cada intervalo de amplitud 10

minutos como el representado, pudiendo adoptar cualquier valor de dicho recorrido.

El modelo uniforme, como se puede observar en la figura se divide en **el modelo discreto** que considera una variable aleatoria X con posibles valores $x_1; x_2; \dots; x_n$ que se asumen indiferentes $p(x_1) = p(x_2) = \dots = p(x_n)$. Se puede encontrar en esta situación si se conoce que dichos resultados son equiprobables o bien si la ausencia de información adicional lleva a admitir el supuesto de uniformidad.

Esta distribución de probabilidad correspondiente a un modelo uniforme conduce la definición clásica de probabilidad como cociente entre casos favorables y casos posibles. En efecto, al carecer de información, se asume que todos los posibles resultados de X son equiprobables.

Asimismo, tenemos **el modelo uniforme**, que se representa abreviadamente $U(a; b)$ se denomina también rectangular en alusión a su representación gráfica. Esta distribución -como consecuencia del principio de indiferencia o de la ausencia de información- asigna probabilidades idénticas a cualesquiera intervalos de igual amplitud en la figura descrita anteriormente, se observa que coinciden las probabilidades asociadas a cualquier intervalo de un minuto de amplitud.

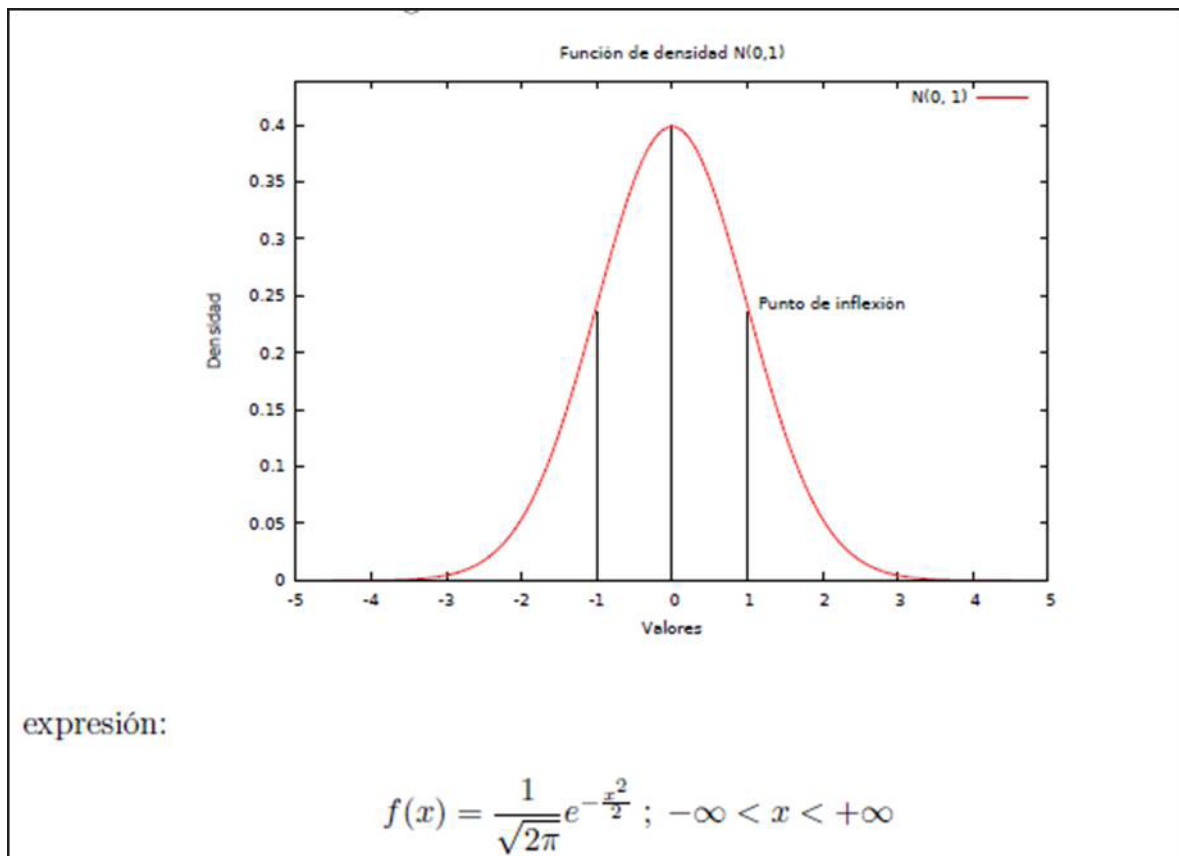
Modelo Normal

El supuesto de continuidad resulta adecuado para numerosas magnitudes económicas, que frecuentemente pueden adoptar cualquiera de los infinitos valores de su campo de variación. Sin embargo, la distribución uniforme, puede resultar adecuado si no tenemos razones para pensar que ciertos valores de la variable sean más probables que otros. No obstante, a menudo aparecen distribuciones cuya representación viene dada por una curva campaniforme, esto es, cuyo recorrido central concentra gran parte de la probabilidad. La generalidad de este tipo de magnitudes justifica su denominación como modelo normal.

Aunque la distribución normal se revela como un modelo probabilístico sumamente útil para la descripción de numerosos fenómenos económicos, los trabajos iniciales de Gauss (1777-1855), que dieron lugar a la curva normal, iban referidos a errores de medida en observaciones astronómicas, cuya distribución era de tipo campaniforme.

Dentro del modelo normal se puede analizar **el modelo normal estándar** tipo de representación comentado (Figura 6) se corresponde con una distribución normal tipificada o estándar, denotada como $N(0; 1)$ y que sirve como modelo de referencia por ser su esperanza nula y su desviación típica unitaria.

Figura 6. Modelo Normal Estándar



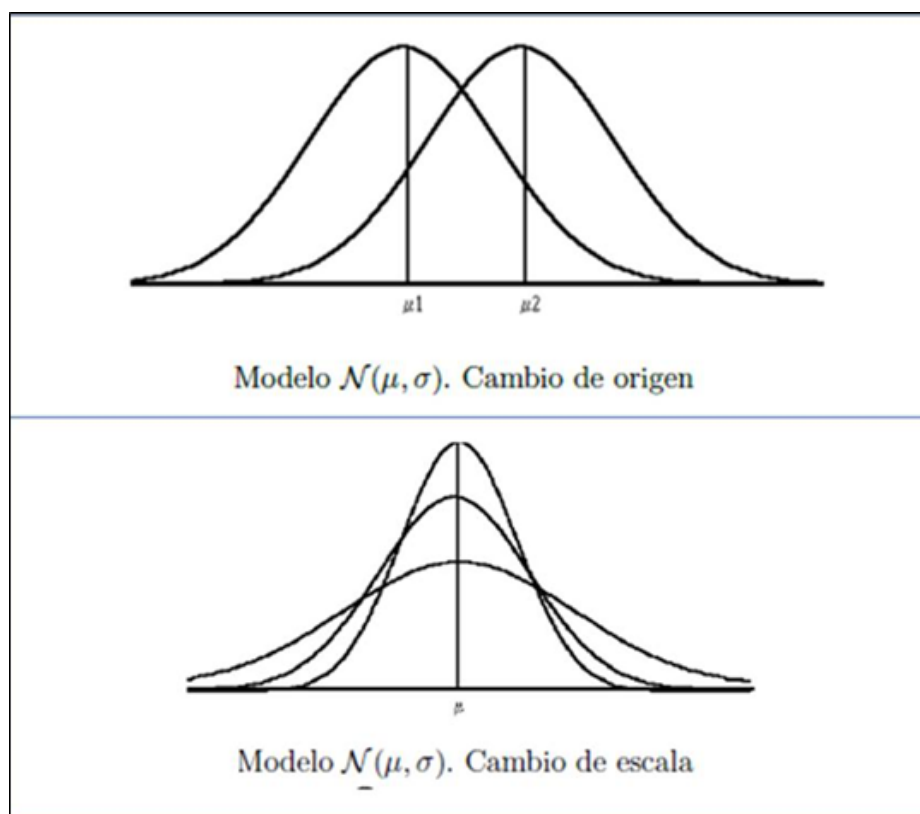
Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

La representación gráfica de esta función corresponde a una curva simétrica, que alcanza su valor máximo en el punto $x = 0$, presenta dos puntos de inflexión (en -1 y +1) y una asíntota horizontal en el eje de abscisas. El modelo normal estándar es la referencia obligada para gran número de investigaciones económicas. Sin embargo parece claro que muchas magnitudes cuya descripción podría adaptarse al modelo “normal” no presentarán sus características $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.

Por esta razón, también incluido en el modelo normal tenemos **el modelo normal general**, los parámetros serán μ y σ que representan respectivamente características de posición y de escala, tal como se indican (Figura 7), cambios en μ suponen desplazamientos del eje de simetría de la curva a lo largo del eje de abscisas, mientras que las alteraciones en σ afectan a la dispersión, esto es, a la forma de la curva.

La distribución normal estándar $N(0; 1)$ presenta la gran ventaja de hallarse tabulada, hecho que garantiza un cálculo sencillo de probabilidades. Sin embargo, aparece el problema de calcular probabilidades asociadas a una distribución normal general, que se resuelve mediante un proceso de tipificación de la variable para reducirla a su forma estándar.

Figura 7. Modelo Normal Estándar y General



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

Modelos de Distribución de la Renta

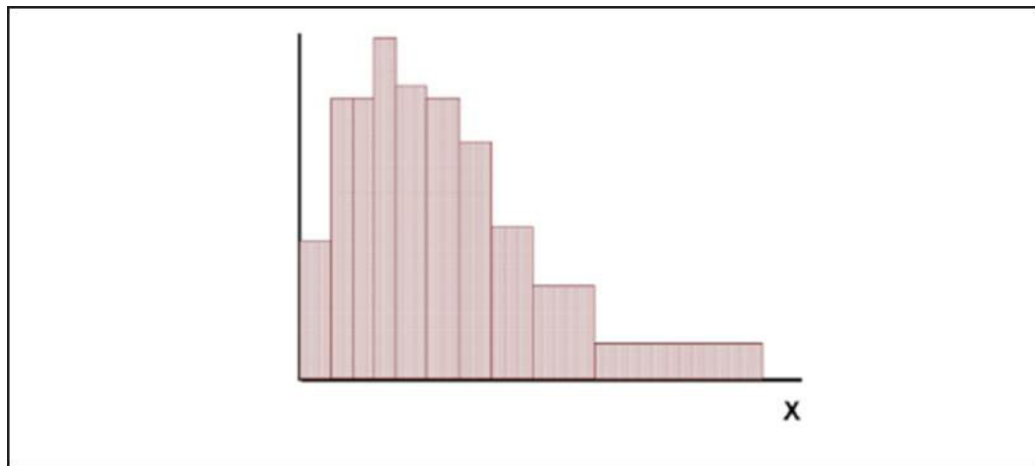
El comportamiento de fenómenos económicos como la renta o la riqueza resulta complicado de describir mediante modelos probabilísticos. De hecho, a menudo se emplean con carácter complementario varios de los modelos diferentes que se describen a continuación.

La modelización probabilística de las rentas resulta de gran interés para poder aproximar la proporción de rentistas incluidos en determinado estrato de rentas. Entre las posibilidades que ofrece esta modelización se encuentran la realización de interpolaciones y extrapolaciones del número de rentistas en determinados grupos, la estimación a partir de los parámetros característicos del modelo- de ciertos indicadores de desigualdad y pobreza, o la realización de simulaciones de políticas redistributivas de renta con la consiguiente evaluación de resultados.

Histograma

Para conseguir una mayor operatividad en su manejo, estos datos aparecen frecuentemente agrupados en intervalos que representan en realidad porcentajes de ingresos. Este es el tipo de información recogida habitualmente por las Encuestas de Presupuestos Familiares, y su representación podría ser efectuada mediante un histograma (Figura 8).

Figura 8. Histograma



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

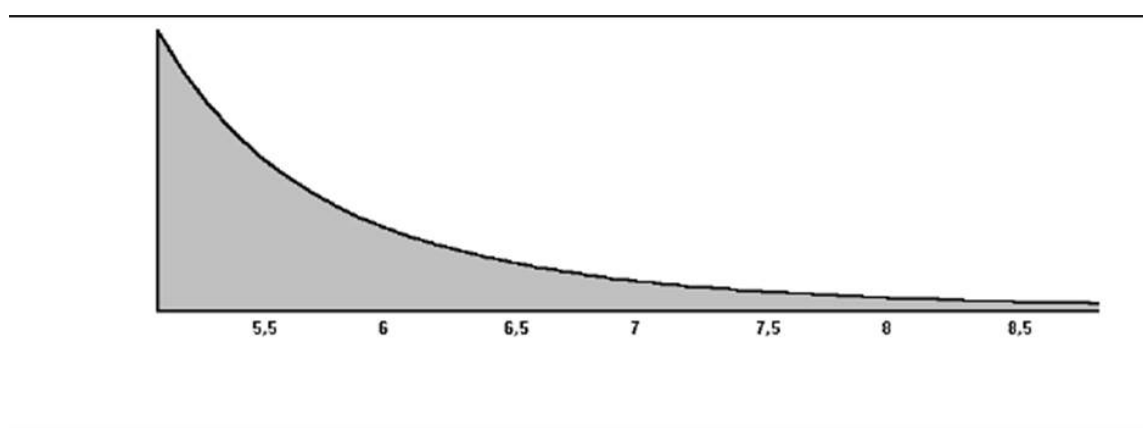
Este histograma representa los porcentajes de hogares según sus ingresos. Cada uno de los rectángulos que componen el histograma tendría una frecuencia relativa -o proporción de familias- del 10 %. Sin embargo, para llegar a una descripción más completa de la población investigada, se debería analizar también la distribución de ingresos dentro de los porcentajes. En este sentido una primera opción sería reconociendo las limitaciones de información asumir el modelo uniforme, esto es, considerar como válido el histograma, donde los rectángulos construidos sobre cada una de los porcentajes recogen un 10% de probabilidad, repartido igualitariamente entre los hogares que componen ese intervalo, con las consecuencias que ello conlleva.

Parece claro que el supuesto de uniformidad puede ser mejorado, buscando modelos que describan de forma más realista la distribución de la renta. En concreto, las distribuciones más habituales en la modelización de rentas, ingresos y gastos son el logaritmo normal, el modelo de Pareto y la distribución gamma.

Modelo de Pareto

En un análisis distributivo de la renta parece deseable tener en cuenta la existencia de un mínimo necesario para subsistir. Este valor (umbral que denominamos x_0) podría ser el gasto en alimentación, el salario mínimo interprofesional, la subvención a hogares pobres,) y como consecuencia, la distribución de la variable podría venir representada por una curva como la recogida (Figura 9), correspondiente a un modelode Pareto (en este caso $P(X_0 = 5; \alpha = 3)$).

Figura 9. Modelo de Pareto, Función de Densidad



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

El modelo de Pareto, introducido por este autor a finales del siglo pasado, se ha revelado históricamente útil en la descripción de la distribución de la renta y la riqueza. Dicho modelo se basa en que el número de personas que reciben una renta superior a cierta cantidad R es inversamente proporcional (aunque no de forma lineal) al mencionado valor.

Esta distribución viene caracterizada por dos parámetros: el ya comentado «nivel mínimo» x_0 y una constante α , ambos no negativos.

La función de densidad de este modelo y su representación gráfica, denominada curva de Pareto e ilustrada, indican cómo a medida que aumentan los niveles de X disminuye su densidad de probabilidad. A partir de ella es posible obtener la proporción de personas con renta superior a un valor dado x como $(x_0 / x)^\alpha$

El interés del modelo de Pareto en economía se justifica por su validez para ajustar distribuciones empíricas, excepto en los estratos inferiores de renta. Como consecuencia, esta ley se complementa muy bien con la distribución logaritmo normal, en el sentido de que cuando una no se ajusta bien a la distribución de la renta, la otra suele dar resultados satisfactorios, y, viceversa. De forma global (las dos colas) las distribuciones de renta también suelen ajustarse, entre otros, a través de modelos Gamma.

Modelo Gamma

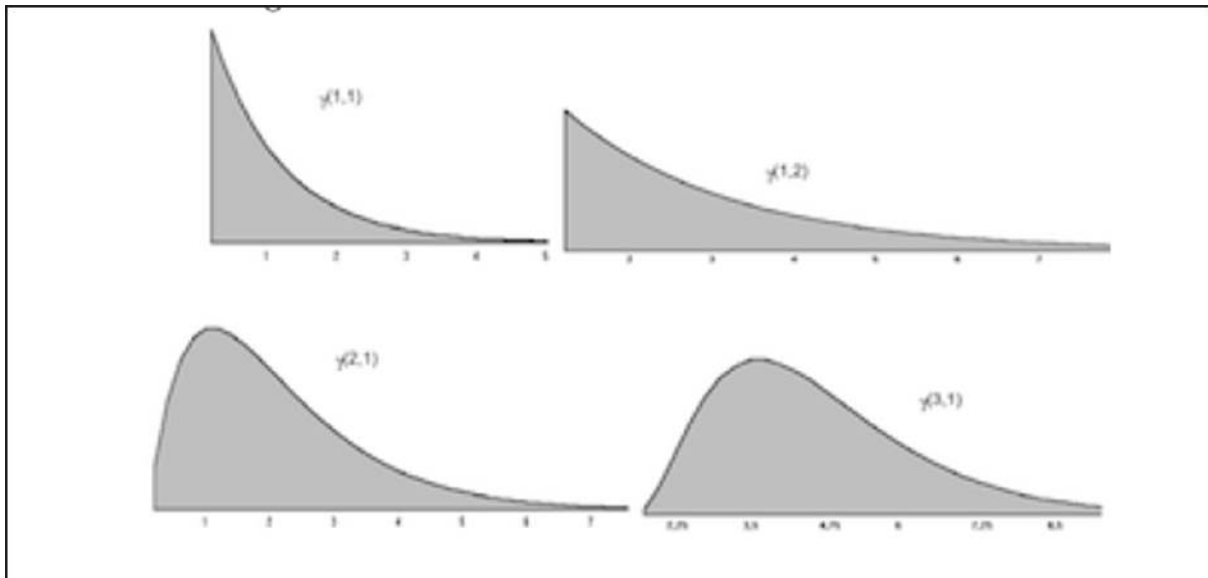
El modelo gamma es otra distribución continua utilizada para describir la renta. Este modelo, que depende de dos parámetros (p y a), viene representado gráficamente por una curva que suele adaptarse bien a los distintos niveles de rentas.

Los parámetros característicos del modelo gamma p y a adoptan siempre valores positivos y recogen características de forma y escala respectivamente. En consecuencia, cambios en el

parámetro p alteran el perfil o forma gráfica del modelo, mientras que el parámetro a viene relacionado con la unidad de medida de la variable tal y como muestra la (Figura 10).

Un caso particular de esta distribución es la expresión correspondiente a $p = 1$, modelo que recibe la denominación de exponencial de parámetro a .

Figura 10. Modelo Gamma, Función de Densidad



Fuente: Adaptado Pérez R. (2011).

Con el objetivo de aumentar la capacidad descriptiva de los modelos, algunos autores han introducido nuevas distribuciones probabilísticas de la renta, algunos de los modelos más recientes que se han revelado como muy adecuados para la descripción de la renta presentan expresiones muy complejas en las que intervienen varios parámetros que no resultan sencillos de estimar.

Todas estas distribuciones persiguen una descripción adecuada del comportamiento probabilístico de las rentas. Además, es interesante señalar que los parámetros característicos de estos modelos aparecerán conectados con los indicadores de la desigualdad de renta.

CAPÍTULO IV

ECONOMÍA

DEFINICIÓN DE ECONOMÍA

La perspectiva de la economía llega a ser muy amplia en todos los aspectos, según Resico M. (2010), es importante distinguir entre la realidad económica y la teoría económica (Figura 11). La primera incluye los hechos económicos que realizan los agentes de la economía, ya sea en forma individual o, más a menudo, agrupados en instituciones como familias, empresas, mercados y otro tipo de organizaciones de la sociedad civil. La segunda es la disciplina científica, que estudia la realidad económica a través de la adquisición de datos, de la elaboración de hipótesis, principios, juicios de valor y doctrinas, sirviéndose de herramientas metodológicas y estadísticas.

Figura 11. Realidad Económica y Teoría Económica

Realidad económica	Teoría económica
Hechos económicos	Datos económicos
Agentes individuales de decisiones económicas	Hipótesis y principios Juicios de valor Doctrinas
Instituciones: familias, empresas, mercados, Estado, sociedad civil	Herramientas estadísticas y metodológicas

Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

Existe entonces conjunto de hechos que constituyen lo económico, es decir, lo que resultará el objeto de estudio de la ciencia económica. Para ello hay que distinguir entre las actividades humanas y las cosas del mundo físico. Una aproximación inadecuada a la realidad de la economía sería identificarla meramente con los bienes materiales, como productos ya sea alimentos o manufacturas, maquinarias o instalaciones, entre otros. Por el contrario, la economía se refiere a las actividades que las personas realizan en relación con esos bienes, es decir, la producción de manufacturas, el consumo de alimentos, el uso apropiado de las maquinarias, la construcción de las instalaciones o la administración de una empresa, entre otros.

Por otro lado, Astudillo M. (2012), plantea la economía es una ciencia social que surge ante el hecho de que es imposible adquirir todo lo que se desea, ya que hay limitaciones de ingresos que en ocasiones son tan severas que no es posible para algunos grupos sociales cubrir sus necesidades básicas que son aquellas que permiten a las personas vivir de manera individual y colectiva en una sociedad y no morir por no satisfacerlas.

Es una disciplina que para la buena o mala suerte de las personas está presente en muchos aspectos de la vida. Su estudio permite entender fenómenos tales como el desempleo pueden afectar a las personas, así como también, el conocimiento de esta disciplina ayuda a entender la manera en cómo afectan a la población las medidas de política económica que cotidianamente toman las autoridades correspondientes.

También se plantea según Burke E. (2012), la economía es el estudio de cómo las sociedades utilizan recursos escasos para producir bienes valiosos y distribuirlos entre diferentes personas. Detrás esta definición se esconden dos ideas clave de la economía: los bienes son escasos y la sociedad debe utilizar sus recursos con eficiencia. Además, la economía es una disciplina importante debido a la escasez y al deseo de ser eficientes.

La teoría económica afirma que una economía produce con eficiencia cuando no se puede mejorar el bienestar económico de una persona sin perjudicar a otra. La esencia de la teoría económica es reconocer la realidad de la escasez y luego encontrar la manera de organizar a la sociedad de tal manera que logre el uso más eficiente de sus recursos. Es ahí donde la economía hace su contribución más importante.

Ahora bien, la economía estudia, como vimos, la actividad humana. Pero aquí debemos enfrentarnos a la siguiente pregunta: ¿estudia toda la actividad humana, una parte o un aspecto de ella? Es aquí donde se debe introducir una serie de reflexiones que se encuentran en el límite de lo que puede ser denominado económico, y que precisamente nos ayudan a ubicar su lugar en el contexto de las demás ciencias.

Para responder adecuadamente esta pregunta existen una serie de cuestiones que guían el conjunto de la actividad humana. De este modo se puede establecer mejor el ámbito propio, y alcance, tanto de la realidad como de la ciencia económica. Las preguntas más amplias que pueden indicar la actividad humana son las referidas a los fines de la misma, e implican los valores más profundos con los que puede entrar en contacto el ser humano: “¿Para qué vivo?”, “¿por qué vivo?”. Asimismo, se encuentran las cuestiones que tienen que ver con los medios de vida e implican valores como la utilidad, la conveniencia, la comodidad, lo que pudiese llamar calidad de vida “¿cómo sobrevivo?”, “¿cómo vivo mejor?”, desde el punto de vista de la dotación de bienes y servicios disponibles (Figura 12).

Figura 12. Cuestiones que Rigen a la Actividad Humana

Preguntas	Objetivos	Disciplina
¿Por qué o para qué vivir?	Fines / valores	Ética
¿Cómo sobrevivir?		
¿Cómo vivir mejor? (cantidad y calidad de bienes)	Medios / utilidad	Economía

Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

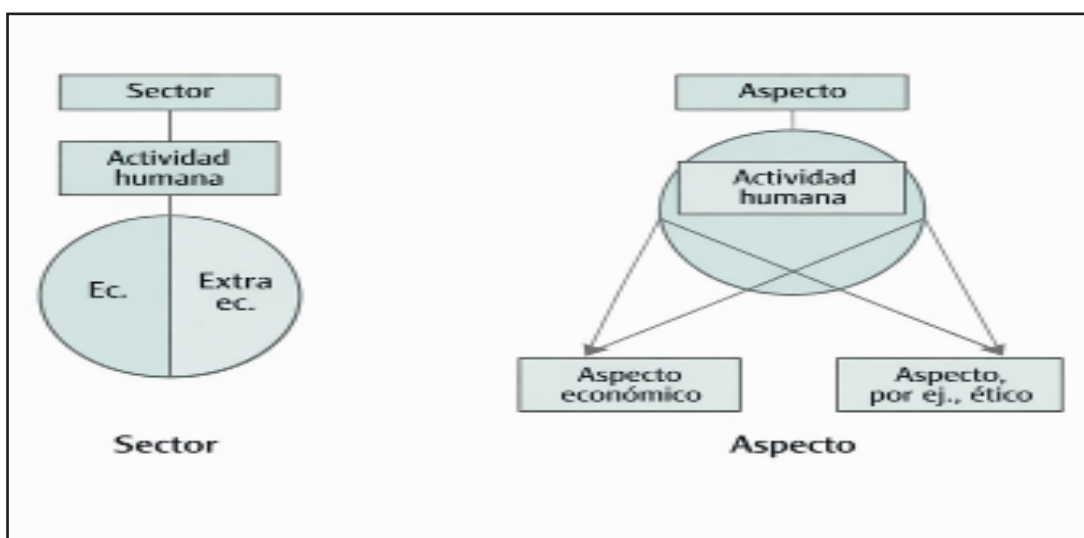
La economía está relacionada con las dos segundas cuestiones que se plantea la persona en cuanto a su actividad, por lo que se puede afirmar que tiene que ver con los medios de la vida humana y no con sus fines, que están relacionados con la pregunta antecedente. De este modo, por un lado, es posible delimitar el campo de la economía que trata acerca de las actividades humanas relacionadas con los medios de la vida del campo de la ética, que estudia la actividad humana desde el punto de vista de sus fines.

Como se puede apreciar en la Figura 12, que los aspectos éticos y económicos de la actividad humana puedan ser distinguidos no implica una división o partición de la actividad humana, que siempre es una sola e indivisible. Por otra parte, y como se verá luego, los sistemas legales crean normas formales para reforzar las conductas éticas socialmente necesarias, y más recientemente existe un interés por orientarlos también a impulsar las conductas más eficientes.

Es importante destacar que, desde el punto de vista de las teorías económicas, puede presentarse una postura que avala la asimilación de la ética a la economía a través de una supuesta neutralidad con respecto a las cuestiones planteadas. Esta postura no toma como límite el hecho de que la economía estudia un aspecto entre otros de la actividad humana, sino que expande su alcance de manera impropia, pretendiendo la explicación completa de la misma.

Sin embargo, se ha planteado durante la historia de la economía otra postura diferente. Durante cierto período se difundió la postura que afirmaba que la economía estudiaba una parte de la actividad humana. Había una parte de la actividad humana dirigida a los objetos económicos, como los bienes o factores productivos, y una parte de la actividad humana ajena a los mismos. Las acciones que estaban en una categoría no podían estar en la otra; las mismas categorías eran, entonces, sectores cerrados.

Figura 13. Enfoque Económico de la Actividad Humana



Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

Esta postura, asociada a buena parte del pensamiento económico clásico, tenía un trasfondo materialista o empirista. De aquí se derivaba una separación entre la economía y la ética, es decir que planteaba también una interpretación de la economía como una ciencia neutral. Como se explica (Figura 13) pueden iluminar la cuestión de cómo se representaría gráficamente un enfoque económico que interpreta la actividad humana como una suma de partes, frente al que la concibe como una unidad con diferentes aspectos. En ambos casos representamos la actividad humana como una circunferencia. En el caso de la postura que plantea la economía como sector se produce una división de la actividad humana; en el caso que plantea la economía como aspecto se conserva la distinción de su ámbito con la unidad de la acción.

TIPOS DE ACTIVIDADES ECONÓMICAS

Hemos observado que la economía se ocupa de orientar el aspecto de la actividad humana dirigida a la consecución de bienes escasos para una mayor satisfacción de las necesidades. En este sentido, existen algunas actividades humanas cuyo aspecto económico es tan relevante que se pueden denominar actividades económicas fundamentales. Estas son la producción, la distribución y el consumo.

El Consumo

Es la actividad humana dirigida a satisfacer las necesidades y deseos de las personas. Desde el punto de vista económico, implica la asignación de los medios productivos y recursos disponibles para la obtención de los bienes y servicios que mejor puedan satisfacer esas necesidades y deseos. En realidad, la identificación de las necesidades es una tarea tan importante como la asignación de recursos para satisfacerlas, si bien a la economía le compete sobre todo la segunda.

Es importante destacar, que las necesidades tienen una especie de escala, que va de las más materiales como la alimentación, vestimenta, habitación, entre otras, a las más espirituales como la seguridad, la sociabilidad, la educación, el descanso, la recreación, la amistad, el amor, el arte, la búsqueda de la verdad, la religión, etc. Como se ha visto, en realidad existe un aspecto económico y uno extra económico de cada una de ellas, aunque simplícidamente catalogamos las primeras como económicas, mientras que las segundas serían meta-económicas.

Por otra parte, elementos importantes de la cultura moderna, ligados al sistema económico, como los medios masivos de comunicación, la publicidad, la propaganda y la moda, juegan un rol fundamental en la identificación o modificación de las necesidades y deseos en la actualidad. En este sentido, pueden colaborar de forma que haga más plenas a las personas o provocar una cierta desorientación que lleva a la insatisfacción.

La Producción

La producción es muy relevante desde el punto de vista económico, puesto que de ella derivan los bienes y servicios, que luego de su distribución son aplicados a la satisfacción de las necesidades y deseos de las personas a través del consumo. La producción está íntimamente relacionada con el trabajo, con la organización del proceso productivo y con la inventiva e innovación técnica.

Esta producción de bienes abarca todas las actividades económicas, desde las extractivas o primarias (por ejemplo, minería, agricultura, etc.), pasando por la transformación y el procesamiento de materiales o secundarias (por ejemplo, la industria automotriz), hasta la distribución de los bienes (por ejemplo, mediante el transporte y comercio), que se denomina terciaria o servicios.

Para poder producir los bienes y servicios que serán ofrecidos en el mercado es necesario contar con factores de la producción, como los recursos naturales y el capital físico y humano. La producción de bienes es un proceso que combina los tres factores de producción. A tal efecto, es muy importante el conocimiento técnico-organizativo, es decir, los conocimientos sobre posibilidades eficientes de producción y de organización. Un alto nivel de conocimiento técnico-organizativo favorece el proceso de producción. Además, es importante emplear el conocimiento existente y los nuevos hallazgos científicos para un objetivo de aplicación económica concreta.

La producción siempre parte de la inventiva, y esta, a la vez, del descubrimiento y combinación de técnicas cada vez más efectivas para producir los bienes y servicios. Este descubrimiento implica la investigación y el desarrollo que parten de propiedades de la naturaleza y sus combinaciones. Durante ciertos períodos se difundió una visión que se negaba a reconocer estos hechos y planteaba la independencia de la naturaleza, asignando al puro trabajo humano la creación de las nuevas técnicas. Esta perspectiva puede denominarse productivismo y es responsable de una postura arrogante frente a la naturaleza y una de las causas de problemas ambientales importantes.

La Distribución

Es la actividad económica que partiendo de lo producido determina la proporción de los bienes y servicios para cada uno. Este proceso se da en la economía en parte por la capacidad del mercado de recompensar a los más productivos con mayores ingresos y, por lo tanto, con una mayor participación en lo producido, mientras que gratifica poco a los menos productivos. Lo cual a su vez está basado en la necesidad de reciprocidad implícita en los intercambios económicos.

Sin embargo, este proceso espontáneo muy útil no es perfecto. Existen casos donde ciertas condiciones de los mercados distorsionan el funcionamiento ideal, supuestos como la igualdad de las condiciones de partida de los participantes en el proceso económico (herencia, educación,

propiedad, capital humano, entre otros.). Dadas estas razones y la dignidad de la persona humana, el proceso distributivo debe ser complementado por una reasignación social.

Esta reasignación depende en primer lugar de la solidaridad individual de las personas y de la solidaridad social de los distintos grupos humanos que van desde la familia hasta el Estado. Este último actúa o interviene en tanto los demás factores no sean suficientes para responder a los requerimientos de una vida decente y oportunidades de desarrollo personal. En este sentido, la distribución no sólo depende de factores evaluados por el propio sistema económico, sino también de la equidad y justicia social, que abarca los resultados del mercado como un elemento de la ética social. En esencia de la teoría económica busca encontrar la manera de organizar a la sociedad de tal manera que logre el uso más eficiente de sus recursos. Es ahí donde la economía hace su contribución exclusiva.

Factores de la Producción

En lo referente al funcionamiento del proceso de producción, una primera cuestión a tener en cuenta son los denominados factores de la producción. Estos son los elementos que hacen posible la producción y pueden clasificarse en tres grandes grupos: los recursos naturales, el capital humano y el capital físico.

Los recursos naturales, ciertamente, incluyen la tierra para la producción agrícola o para la instalación de plantas o fábricas, los recursos extractivos y todos los elementos que hacen posible la producción y se obtienen de la naturaleza, como el agua, los recursos forestales y el medioambiente o patrimonio natural en general.

El capital humano involucra todas las capacidades humanas necesarias para el proceso productivo; esto implica el trabajo ya sea físico o intelectual, el conocimiento técnico, la iniciativa, la innovación y la capacidad de organización del proceso productivo. Asimismo, de modo indirecto, pero también necesarias al proceso productivo, son la capacidad de establecer y mejorar instituciones, la capacidad de cooperación y de autogobierno, cosas que se pueden reunir bajo el concepto de capital humano relacional o capital social. La disponibilidad del factor de producción trabajo es determinada, ante todo, por el número de personas con capacidad de trabajar y sus habilidades, así como su movilidad.

El capital físico son todos aquellos bienes que sirven para producir otros bienes y que son producidos o fabricados por el hombre, por ejemplo, instalaciones, fábricas, maquinarias, herramientas, infraestructura, computadoras, entre otros. El dinero no se considera bien de capital, puesto que el concepto abarca todos los activos físicos creados por el hombre, necesarios para la producción. La dotación de capital disponible depende en primer lugar del consumo no realizado, es decir, del ahorro. Además, hay que tomar en cuenta que, en un proceso de producción, parte del capital real sufre siempre un desgaste (amortizaciones) y debe ser renovado constantemente.

La Escasez y el Principio Económico

La existencia de escasez da lugar a la necesidad de administrar o economizar los recursos. Esta administración de los recursos para proveer a las necesidades implica un estudio concreto de las disponibilidades y de las posibilidades con las que se enfrenta precisamente la economía para determinar los mejores caminos para la resolución del problema.

Dado que, como hemos visto, los recursos que disponemos no siempre alcanzan para satisfacer de igual modo todas las necesidades, se produce una competencia por el uso de estos recursos. Es así que el uso de un recurso con el fin de satisfacer una necesidad implica que se tiene que renunciar a otras necesidades que tienen que ser cubiertas con los mismos recursos, lo que se denomina costo de oportunidad.

Por esta razón se plantea la necesidad de asignar los recursos escasos al uso más eficiente posible, es decir, aparece el problema de la asignación. Este problema es resuelto en general a través del principio económico, el cual consiste en seleccionar o elegir aquella alternativa de uso del recurso en cuestión que permite alcanzar un grado mayor de satisfacción. Este principio exige que no se destinen más recursos para la satisfacción de una necesidad dada que los estrictamente necesarios. En otras palabras, que los recursos escasos no tienen que ser despilfarrados si se quiere alcanzar un beneficio económico más elevado.

LA ECONOMÍA COMO CIENCIA

La Economía forma parte de las llamadas ciencias sociales; por tanto, utiliza como instrumento de análisis la observación de los datos que se dan en la realidad y a partir de estos elaborará teorías que permitan explicar el comportamiento humano en materia económica, así como predecir cómo será este en el futuro.

Según Boumans, M. (2010) el análisis económico se puede emplear para cualquiera de los siguientes propósitos:

1. Determinar las relaciones constantes (leyes), que hay entre los fenómenos, por ejemplo, en el caso del salario, averiguar qué es lo que determina su monto. El resultado será un cuerpo sistematizado de conocimientos relativos a lo que existe, es decir, una ciencia positiva.
2. Establecer hechos ideales, con los cuales comparar los hechos reales, por ejemplo, preguntarse si conviene o no la existencia del salario, o cual es el salario justo que debe pagarse. En este caso el resultado será un cuerpo sistematizado de conocimientos relativos a lo que debe existir, es decir, una ciencia normativa.
3. Formular preceptos o reglas que garanticen la obtención de ciertos resultados. Por ejemplo, investigar si es deseable que algún poder político intervenga en la fijación del salario,

y si lo es, cuales son los mejores procedimientos para lograr que el salario se iguale o se acerque al que se considera ideal. Con lo anterior se podrá elaborar un conjunto de normas para la obtención de fines predeterminados. En este caso lo que pertenece al campo normativo se vuelve parte de la ciencia económica positiva.

El método de estudio de la economía según Astudillo M. (Op. Cit.), se basa en la observación y medición del fenómeno a estudiar. Así, en primer término, se debe delimitar el objeto de estudio, es decir, el fenómeno que se analizará. Por ejemplo, si se investiga la deuda pública, lo primero será definir si se estudiará la interna, externa o ambas, luego se tendrá que delimitar si se estudiará la deuda pública del gobierno federal, del estatal o de los municipales. Una vez establecidas estas cuestiones se definirá el periodo que abarcará el trabajo, puede ser un año, una década, dos o más o cualquier otro periodo.

Es conveniente subrayar que se requiere tener un conocimiento previo del tema, lo que permitirá fundamentar un marco teórico de referencia y las hipótesis correspondientes. En este caso se debe revisar lo que los expertos afirman con relación a la deuda pública, sus causas, consecuencias, entre otros. Con toda esta información, se debe idear un intento de explicación; esto es, elaborar la hipótesis de la investigación. Ahora bien, la hipótesis es una explicación anticipada; es una interpretación que debe ser sometida a pruebas que la confirmen o descarten.

La siguiente etapa del trabajo científico es comprobar que las hipótesis formuladas corresponden a la realidad de los hechos, es decir, se requiere una rigurosa verificación de las hipótesis. Para ello, se analizará el fenómeno y tal vez sea necesario hacer alguna encuesta o entrevistas en el caso de que no haya datos o las estadísticas requeridas. Por ejemplo, si nos interesara conocer los planes de endeudamiento de los gobiernos municipales, debe conocerse cuántos son el total de los municipios y, dependiendo del número, se hará una encuesta. El tamaño de la muestra se calcula mediante métodos estadísticos, esto es, con el objeto de que la muestra sea representativa y de que los resultados reflejen una realidad.

Una vez que se termine la observación del fenómeno, su análisis y comprobación de las hipótesis, se elabora el diagnóstico del problema estudiado y se podrán señalar o plantear posibles soluciones, con lo que finalmente se llega al resultado de la investigación.

RELACIÓN DE LA ECONOMÍA CON OTRAS CIENCIAS

Expone Boumans, M. (Op. Cit.), que la economía está interrelacionada con otras ciencias sociales como son la sociología, la antropología y la política; con ciencias exactas como matemáticas y estadística. Así como con ciencias naturales, tal es el caso de la biología.

Un instrumento fundamental para el análisis económico es la estadística. Por ejemplo, para estudiar el desarrollo económico en un país, es necesario conocer las cifras correspondientes del producto interno bruto, desempleo, inflación, tasa de crecimiento de la población, índice

de marginación, distribución del ingreso y otros. Desde luego, las teorías elaboradas deberán ser comprobadas empíricamente, para lo cual se requiere tanto de las estadísticas como de las matemáticas.

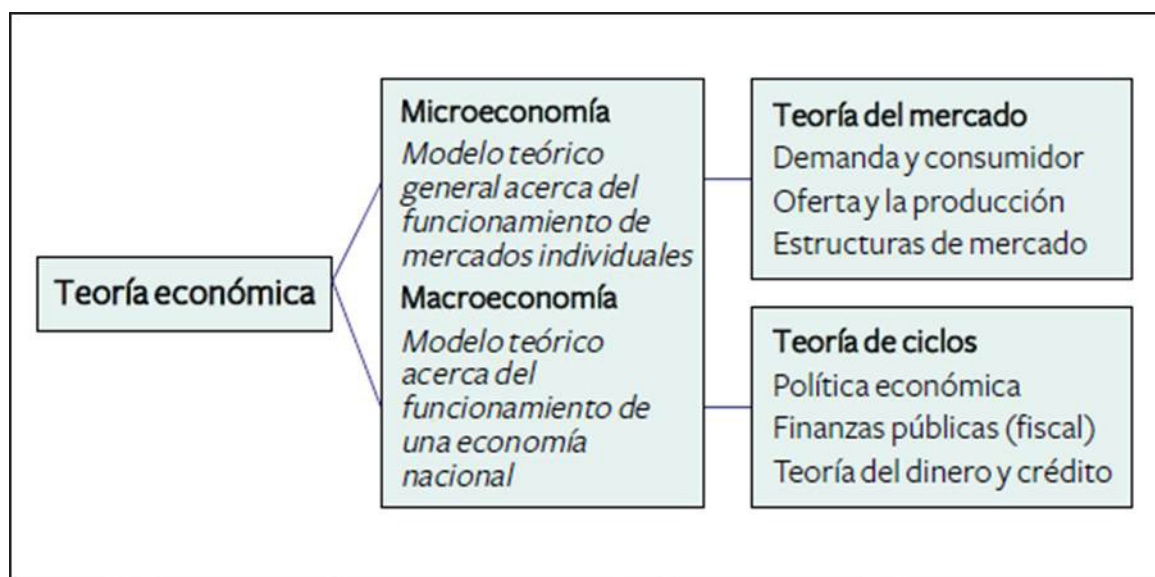
También son importantes las ciencias naturales para comprender ciertos hechos económicos, como es el caso de la biología, que aporta elementos para incrementar la productividad del campo, mejorando la calidad del terreno, semillas y fertilizantes, entre otros. Así pues, todas estas ciencias ayudan a explicar ciertos fenómenos de naturaleza económica. Un ejemplo clásico de cómo se relaciona la economía con otras ciencias sociales es el explicado por Samuelson (2006). El autor indica que en India hay una gran cantidad de vacas, que bien podrían ser utilizadas para complementar una dieta insuficiente. Sin embargo, al estudiar el desarrollo económico de este país tendrá que tenerse en cuenta que las vacas son sagradas, hecho que es explicado por la sociología de la religión.

Como podemos ver la economía se interrelaciona con otras ciencias, tomando en cuenta la importancia de comprender los hechos económicos desde varias perspectivas diferentes, además podemos decir, que también se complementa con las otras ciencias.

MICROECONOMÍA Y MACROECONOMÍA

La teoría económica se divide en dos grandes partes: por un lado está lo que se denomina microeconomía y, por otro, la macroeconomía (Figura 14).

Figura 14. Microeconomía y Macroeconomía



Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

La microeconomía está constituida por la serie de hipótesis teóricas que explican el funcionamiento de los mercados individuales. A la vez, está conformada por cuatro partes principales: la teoría del mercado, la teoría de la demanda y el consumidor, la teoría de la oferta, la empresa y la producción y la teoría acerca de las estructuras de los mercados. También estudia temas tales como la determinación de los precios de los bienes y servicios producidos en una economía

La macroeconomía está constituida por la serie de hipótesis teórica que explican el funcionamiento de una economía nacional. Por ello estudia variables agregadas, que no agrupan los comportamientos individuales según el mercado al que pertenecen, sino según la función en el contexto de una economía nacional, es decir, macroeconómicos. A la vez, puede subdividirse en cuatro grandes sectores principales: la teoría de los ciclos, la teoría de las finanzas públicas, la teoría del dinero y el crédito, y la teoría de la economía internacionales.

En consecuencia, es común que en el desarrollo de la macroeconomía se destaca la necesidad de la intervención del Estado en la economía para lograr estabilidad. Dicha intervención se hace mediante instrumentos de política económica. En la actualidad, los instrumentos con los que puede intervenir el Estado directamente en la economía son la política fiscal y la monetaria. La primera se refiere al manejo de los ingresos públicos, del presupuesto de egresos y de la deuda pública. La segunda se refiere a la cantidad de dinero en circulación y el nivel de las tasas de interés, básicamente.

Existe consenso en cuanto a que la intervención del Estado debería perseguir los siguientes objetivos en la macroeconomía de una nación: a) mitigar el ciclo económico, estabilizando las tendencias hacia el auge y la recesión; y así evitar un ciclo económico con crisis muy pronunciadas, b) estimular el crecimiento económico, lo que significa incrementar la producción de bienes y servicios en una economía y c) mejorar la distribución del ingreso.

Microeconomía (El mercado)

El objetivo principal de la microeconomía es distinguir las leyes fundamentales que rigen los mercados. Así como los elementos que intervienen en la determinación de los precios. Generalmente, la palabra mercado significa el lugar donde se compran y venden bienes como frutas, carnes, leche, entre otros. Sin embargo, en economía el significado es más amplio ya que se refiere a cualquier acuerdo para que compradores y vendedores de una mercancía determinada hagan negocios entre sí, incluyendo las condiciones de fijar el precio.

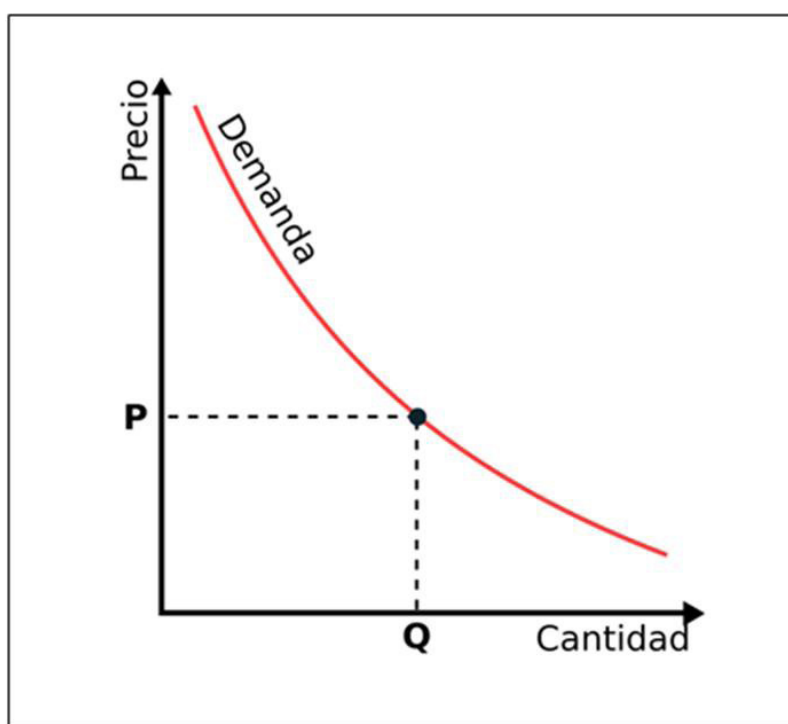
El mercado puede ser un lugar específico en donde se reúnen vendedores y compradores, como en el caso de los mercados de productos agrícolas; o bien, pueden ser grupos de gente dispersos por todo el mundo, pero están relacionados a través de internet, teléfono celular, como es el caso del comercio electrónico. Ahora bien, los mercados varían en función del grado de competencia que enfrentan compradores y vendedores, explica Wickens, M (2008). Cuando la cantidad de

ellos es numerosa, es decir, hay tantos compradores y vendedores que ninguno de ellos tiene la capacidad de influir en el precio, habrá competencia perfecta.

La base para hacer el intercambio de bienes y servicios en cualquier mercado es el **precio**. Cuando el intercambio se hace sin utilizar el dinero, se denomina trueque, sistema utilizado en la antigüedad; sin embargo, al diversificarse la producción de bienes y servicios, apareció una mercancía que sirve de equivalente a todas las demás, la moneda. Con lo que se facilitó el intercambio comercial. La cantidad de dinero que se paga para obtener una mercancía se llama precio nominal, por ejemplo, el litro de leche cuesta 15 unidades monetarias

La demanda es la cantidad de bienes y servicios que un consumidor o los consumidores están dispuestos a comprar a un determinado precio en un tiempo dado. Para que una persona demande un bien o servicio es porque le resulta útil, es decir, le sirve para satisfacer alguna necesidad, pero además puede pagarlo. En múltiples ocasiones las personas desean poseer algo “si no fuera tan costoso”. Algunos quisieran tener una casa, pero no tienen el dinero para comprarla. Por lo tanto, sólo la demanda de los que pueden pagarla afecta el precio de las casas.

Figura 15. Ley de la Demanda

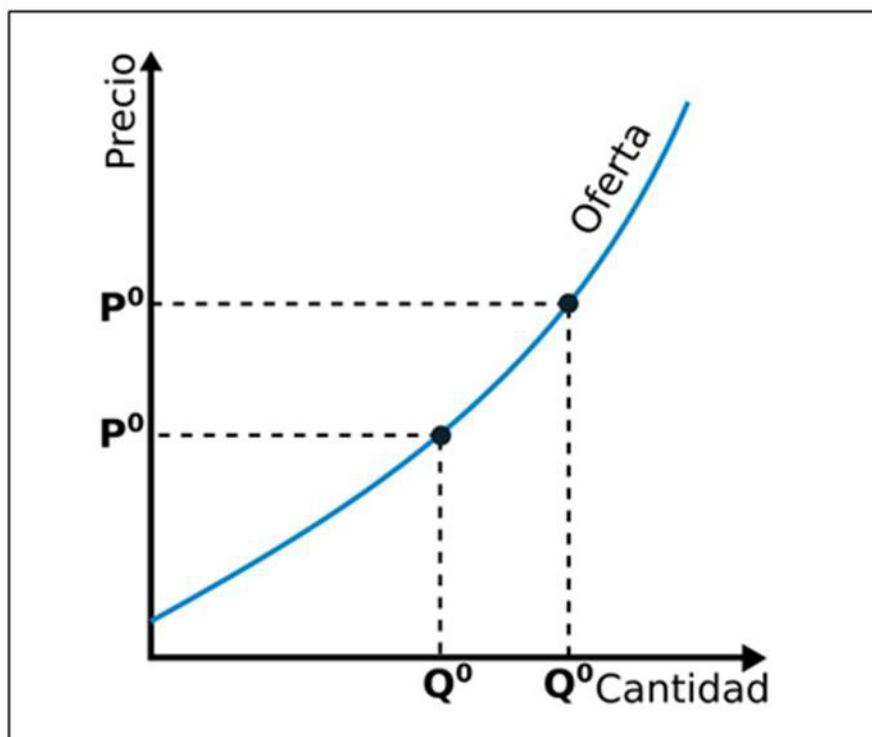


Fuente: Adaptado Astudillo M. (2012).

La ley de la demanda (Figura 15) establece que la cantidad demandada varía inversamente con el precio. Cuando el precio de un bien o servicio aumenta, la cantidad de ese bien o servicio que las personas están dispuestas o pueden comprar durante un periodo particular de tiempo disminuye. Viceversa, si disminuye el precio de un bien o servicio la cantidad demandada aumentará.

La ley de la demanda define una relación inversa entre el precio de un bien y la cantidad demandada. Ahora bien, ¿por qué un precio más alto provoca una reducción en la cantidad demandada? La explicación se encuentra en el efecto sustitución y en el efecto ingreso. En consecuencia, cuando aumenta el precio de un bien su precio relativo se eleva, de tal forma que el consumidor tiene que reorganizar sus compras de acuerdo con los nuevos precios relativos, y así quizás algunos bienes y servicios deje de comprarlos y sustituya los bienes relativamente encarecidos por los más o menos abaratados.

Figura 16. Ley de la Oferta



Fuente: Adaptado Astudillo M. (2012).

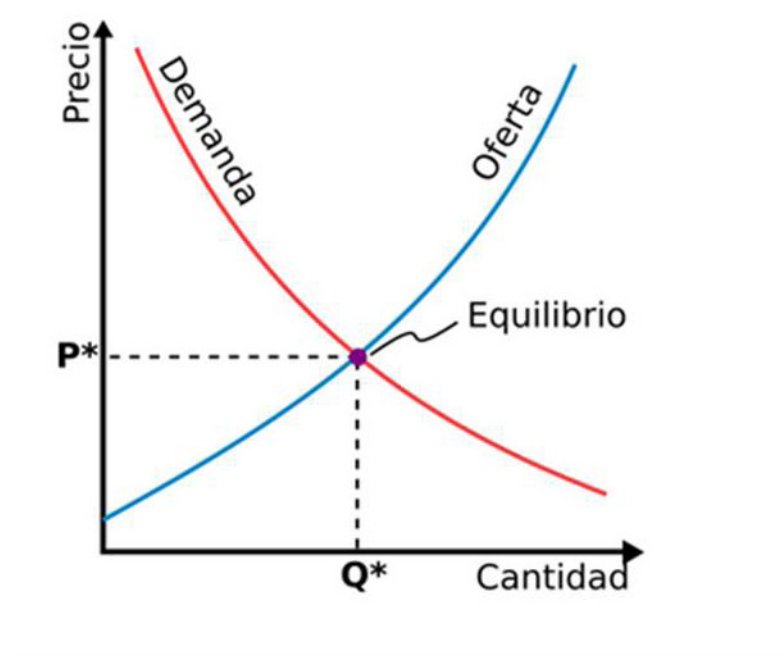
La oferta se define como el monto que los productores están dispuestos a vender en el mercado durante un periodo dado a un precio específico, también está constituida por la mercancías producidas o que se encuentran en el mercado, que pueden ser bienes o servicios y son ofrecidas al consumidor por los productores y distribuidores en los diversos mercados y a distintos precios Rodríguez (2010). Al igual que la cantidad demandada, la cantidad ofrecida se mide en función de la cantidad por unidad de tiempo.

El concepto de oferta tiene relación con el comportamiento de los productores o vendedores. **La ley de la oferta** (Figura 16) establece una relación positiva entre el precio y la magnitud la cantidad ofrecida, se establece que si el precio de un servicio o un bien aumenta, la cantidad de ese bien o servicio que los productores están dispuestos, o pueden vender durante un tiempo determinado aumentara. Si disminuye el precio de un bien o servicio la cantidad ofrecida también. En este caso hay una relación directa entre el precio y la cantidad ofrecida.

El mercado alcanza **el equilibrio** cuando los deseos de los oferentes y los demandantes coinciden en las cantidades que quieren comercializar para un precio determinado. Es el punto donde las dos curvas se interceptan, es decir, donde la cantidad ofrecida iguala a la cantidad demandada. Esta intersección es **el punto de equilibrio** (Figura 17). Como ya se dijo, los intereses de los vendedores y de los compradores son opuestos; ya que los primeros tratan de vender lo más caro posible y los segundos de comprar lo más barato posible. El precio de equilibrio es aquel en el que los demandantes desean adquirir exactamente la cantidad que los oferentes desean vender.

Siempre que el precio sea mayor al precio de equilibrio, se presenta una diferencia entre la oferta y la demanda del bien. En este caso la cantidad demandada es menor a la cantidad ofrecida; por el contrario, cuando el precio está por abajo del precio de equilibrio, la cantidad demandada es mayor que la cantidad ofrecida.

Figura 17. Punto de Equilibrio



Fuente: Adaptado Astudillo M. (2012).

La Importancia de la Microeconomía

La microeconomía es fundamental para la toma de decisiones empresariales, porque permite que gerentes puedan comprender mejor el comportamiento del mercado y analizar cómo responde a los consumidores ante cambios en variables como el precio y la cantidad de bienes ofrecidos. La microeconomía juega un rol fundamental en el análisis de la demanda, el análisis de costos, la estrategia de precios y la política de producción.

Para las políticas económicas, la microeconomía es muy importante a la hora de determinar la política económica relacionada con regulaciones de mercado, como la tasa impositiva óptima y las regulaciones relacionadas con el control de monopolios y oligopolios. La importancia de la microeconomía también se puede ver a la hora de diseñar políticas económicas sectoriales, como la política agropecuaria, política de desarrollo de pequeñas y medianas empresas, políticas educativas, entre otras.

También para el estudio del funcionamiento económico, la microeconomía juega un rol fundamental en la comprensión del funcionamiento económico en general. La microeconomía se relaciona con otras ramas de la economía, como la macroeconomía, y tiene un papel importante en casi todos los enfoques económicos, como la organización industrial, la economía laboral, entre otros sectores.

En este sentido, la microeconomía también tiene influencia en el estudio del comportamiento humano, ya que permite analizar los incentivos que tienen las personas a la hora de tomar gran cantidad de decisiones, no solo aquellas que se relacionan directamente con motivos monetarios, sino también que la microeconomía tiene una importancia a la hora de analizar decisiones relacionadas con la asignación del tiempo, elección de una carrera, inclusive incentivos a la hora de formar una familia.

Macroeconomía (Economía Nacional)

Para describir adecuadamente el funcionamiento de una economía moderna es necesario complementar el enfoque basado en los mercados con el enfoque que trata sobre la economía nacional, denominado macroeconomía. La macroeconomía estudia el desempeño de la economía nacional como un todo y, por lo tanto, no está enfocada en los comportamientos de individuos o pequeños grupos, sino en lo que se denominan variables agregadas.

Según explica Fontana G. (2009). La palabra macroeconomía proviene del griego macro que significa grande. Esta rama de la economía se dedica al estudio del funcionamiento del sistema económico de un país y su relación con otras economías. Los hechos macroeconómicos afectan de manera directa la vida de las personas. Por ejemplo, el incremento en el desempleo puede causar que una gran cantidad de ciudadanos carezca de ingresos, necesarios para subsistir, fenómeno que por lo regular afecta en mayor medida a las clases sociales menos favorecidas. También el aumento generalizado de los precios, o sea, la inflación, influye en la capacidad de compra de los ciudadanos.

También es importante destacar, que la dependencia de las exportaciones de un país puede hacer crecer o decrecer su nivel de actividad. La adaptación a esas variaciones se traduce en un mayor o menor nivel de empleo o en una variación del tipo de cambio. Así, la macroeconomía estudia los grandes problemas nacionales. Es un enfoque agregado del funcionamiento de un sistema económico tanto en escala nacional como en su relación con los países del resto del mundo.

Los Indicadores Económicos

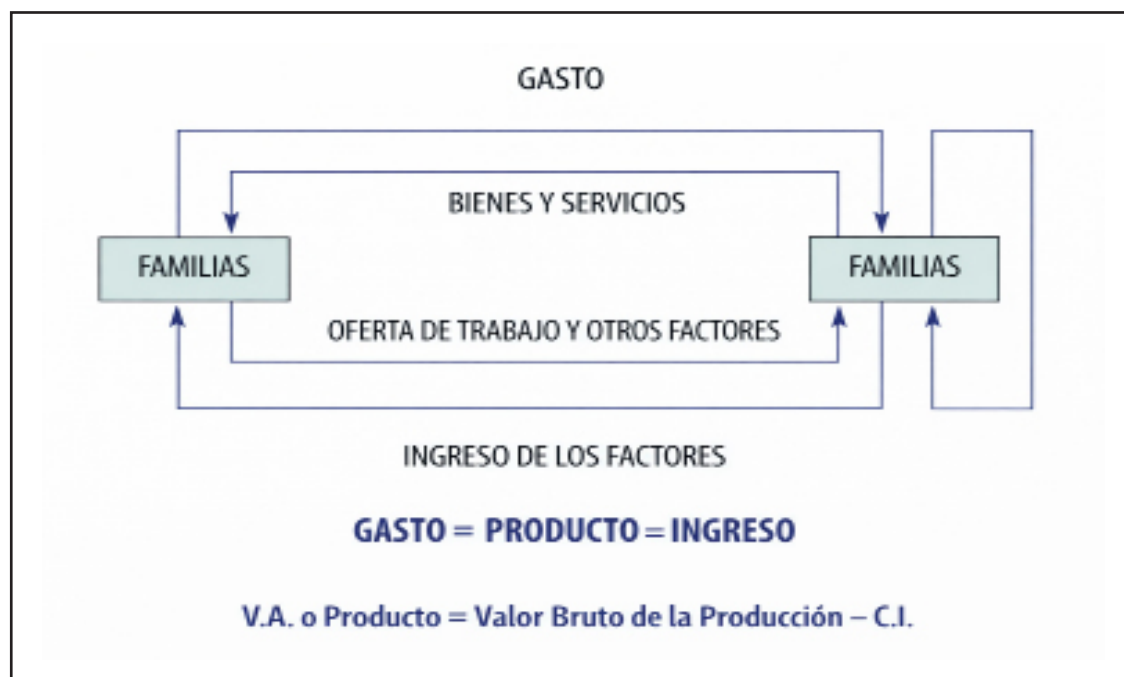
Se denominan indicadores económicos a la medición estadística de fenómenos económicos como el crecimiento económico, la inflación, el desempleo, la demanda y la oferta agregada. El entender relacionar e interpretar los indicadores económicos ayuda a los ciudadanos a pronosticar el futuro económico.

La variable o medida agregada fundamental es el **producto interno bruto (PIB)**. Esta medida toma en consideración el valor de los bienes y servicios finales producidos y vendidos en un país en el término de un año. Si imaginamos un circuito económico, que se realiza entre los principales agentes de una economía simplificada, como son las familias y las empresas, podremos apreciar que existen cuatro flujos fundamentales que se realizan como contraprestaciones.

Las empresas ofrecen los bienes y servicios finales que las familias necesitan (que medidos en términos monetarios conforman el **producto bruto**) a cambio del **gasto** que las familias realizan para adquirirlos. A la vez, las familias utilizan para comprar los bienes y servicios los **ingresos** que obtienen de las empresas al ofrecerles el uso de los factores productivos que las empresas, por su parte, utilizan para realizar los bienes y servicios que venden.

Desde el punto de vista macroeconómico, estos flujos de contrapartida implican una identidad, puesto que el gasto realizado debe ser igual en valor al valor de los bienes y servicios producidos y vendidos (producto bruto), y estos son iguales a los ingresos recibidos. Por lo tanto, **la identidad macroeconómica fundamental** indica: producto bruto = gasto = ingreso. En términos sinópticos como se indica (Figura 18).

Figura 18. La identidad Macroeconómica Fundamental



Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

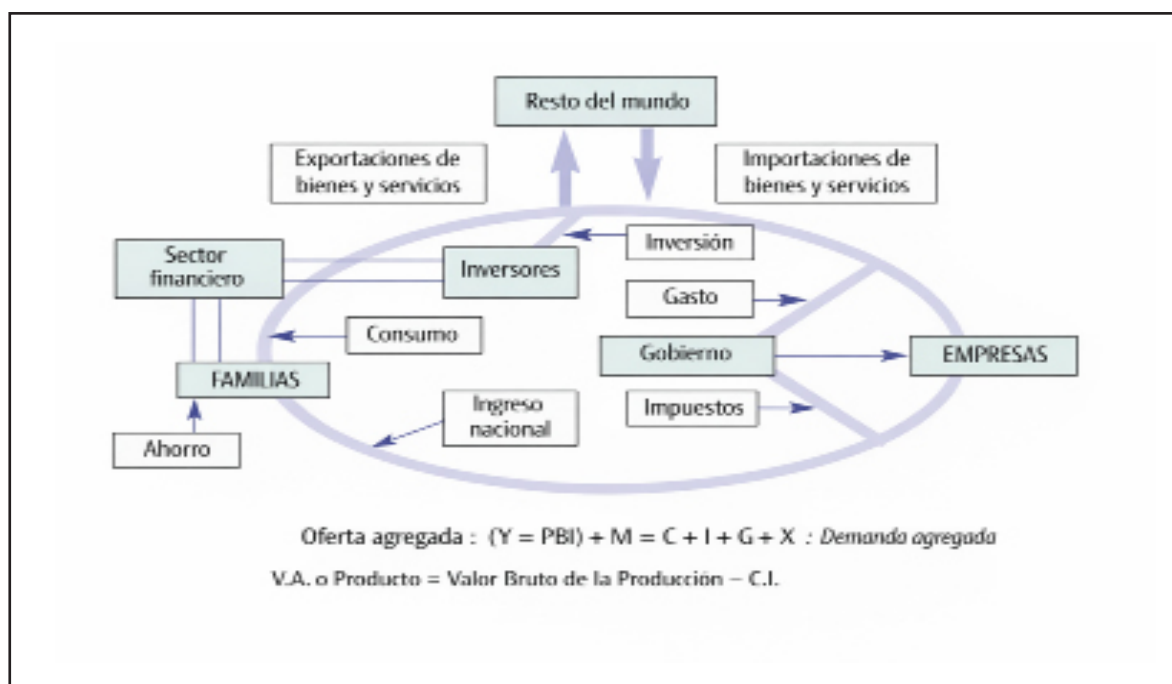
Otra consideración a tener en cuenta es que el producto bruto mide los bienes y servicios finales, es decir, no toma en cuenta las compras intermedias (C.I. en la Figura 18), que son las transacciones que realizan las empresas entre sí. Dado que las empresas intercambian insumos de la producción, si se contabilizaran las compras intermedias se estaría contabilizando varias veces el valor de un mismo insumo.

El concepto que incluye ambos, bienes finales y compras intermedias, se denomina **Valor Bruto de la Producción**. Para obtener el producto bruto, las compras intermedias deben ser restadas del valor bruto de la producción, tomándose en cuenta sólo el valor de los bienes y servicios finales. De esta manera estaremos contabilizando precisamente **el valor agregado** que cada empresa realiza, descontando el valor de los insumos que fueron utilizados en el proceso.

Una distinción que se realiza en las cuentas nacionales es la que existe entre producto o ingreso interno o nacional. La misma se basa en que el concepto de interno toma en cuenta los factores de producción dentro de las fronteras de un país, ya sean nacionales o extranjeros. Mientras que el concepto de nacional toma en cuenta el resultado de los factores de producción (trabajadores, propiedad) según su nacionalidad, ya sea que actúen dentro de las fronteras o en el resto del mundo.

Existe una **ecuación macroeconómica fundamental** (Figura 19), para describir el funcionamiento de una economía nacional desde el punto de vista macroeconómico aún falta identificar una serie de variables fundamentales. Para identificar estas nuevas variables se utiliza el método de agregar más elementos al esquema simplificado del circuito económico anterior. Además de las familias y las empresas, se añadirá el rol que cumplen el sector financiero, los inversores, el resto del mundo y el Estado.

Figura 19. Ecuación Macroeconómica Fundamental



Fuente: Adaptado Resico M. (2010).

Un primer hecho que debemos contemplar para obtener una imagen más adecuada del funcionamiento de una economía nacional es que las familias generalmente no **consumen** todo lo recibido en forma de **ingresos**, sino que una parte de ellos se puede destinar al **ahorro**. De allí que en términos cuantitativos el ingreso es igual al consumo más el ahorro o, lo que es lo mismo, el ahorro es la diferencia entre el ingreso y el consumo.

El ahorro es muy importante en el funcionamiento de la economía capitalista moderna, no sólo porque permite a los individuos enfrentar posibles contingencias o luego su período de menor rendimiento laboral (pensiones), análisis en el que priva en punto de vista individual o personal, sino porque es fundamental para el proceso de inversión productiva que está en el corazón o el núcleo del proceso del crecimiento económico.

La **inversión** es la cantidad de bienes de capital nuevos producidos y vendidos en un país en un año. Los bienes de capital, a la vez, son los bienes que sirven para producir otros bienes, en contraposición a los que se consumen. Estos bienes de capital acumulados constituyen lo que se denomina dotación de capital (stock de capital) y son uno de los elementos centrales del crecimiento económico, junto con los recursos naturales y el capital humano. Un país que posee una dotación de capital mayor podrá producir más bienes y servicios que otro. Por ello, para aumentar la oferta de bienes y servicios a disposición de sus ciudadanos un país debe tener un ahorro y una inversión adecuados.

Ahora bien, existen casos en los que la persona que ahorra es la misma que invierte, por ejemplo en negocios familiares o de menores dimensiones. Sin embargo, en una economía moderna la mayor parte de la inversión no es realizada por la misma persona que ahorró. Dado que no siempre la persona que tiene la idea de un nuevo negocio o de la ampliación o variación de uno preexistente coincide con la que tiene un ahorro adecuado para financiar la inversión necesaria para realizar la idea del negocio, se ha desarrollado el sistema financiero. La función central de este sistema financiero es precisamente canalizar el financiamiento de las personas que tienen ahorro, pero no ideas de negocios hacia las que tienen estas últimas donde no tienen el financiamiento.

Con respecto al resto del mundo, una determinada economía nacional realiza una serie de transacciones económicas. En principio diremos que se establece una corriente de intercambio de bienes y servicios. Los que son ofrecidos por empresas locales y demandados por personas en el resto del mundo se denominan exportaciones; en cambio, los que son ofrecidos por el resto del mundo para la demanda local se denominan importaciones.

Por último, se tiene las funciones económicas que cumple el Estado. Desde el punto de vista macroeconómico, el Estado actúa sobre los flujos del circuito económico, por un lado, extrayendo recursos de las familias y empresas a través de impuestos y, por otro, realizando con esos recursos un gasto público para ofrecer los servicios públicos que el Estado provee.

Con todos estos nuevos elementos estamos en condiciones de formular la ecuación macro-económica fundamental, que tiene en uno de sus lados la oferta agregada, constituida por el producto bruto interno (PIB) más las importaciones (M), y por otro lado la demanda agregada, constituida por la adición del consumo (C), más la inversión (I), más las exportaciones (X), más el gasto del gobierno o consumo público (G), como puede apreciarse en la parte inferior de la figura anterior.

MODELACION ECONOMICA

Como explica Loria E.(2007), Este esfuerzo por otorgarle cientificidad a la economía a través del uso creciente de los métodos cuantitativos ha sido determinante en el desarrollo del campo de la modelación, el cual consiste en la abstracción que conduce a la simplificación mental de un fenómeno o de una realidad económica para adquirir la capacidad de ampliar y ordenar nuestro conocimiento de las cosas. Con ello se pretende tener más solidez para dar recomendaciones y líneas de acción a seguir.

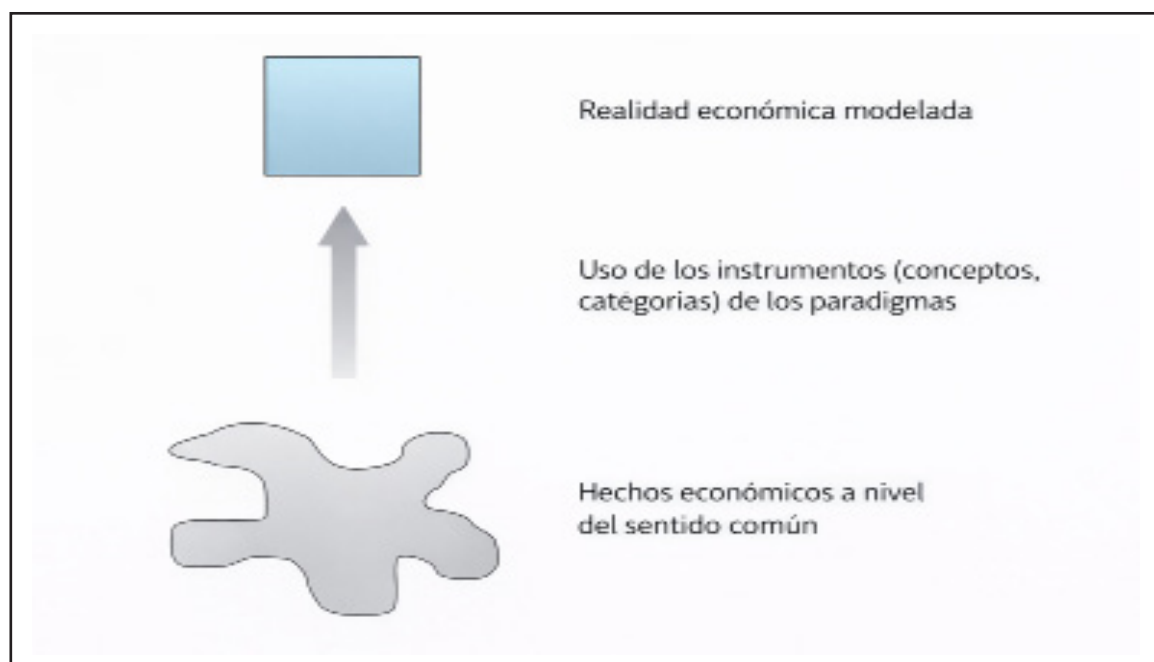
Esta actividad es paradójica: para comprender un fenómeno complejo es necesario simplificarlo a través de procesos mentales que implican abstracciones diversas. Pero este procedimiento también lo utilizan áreas como la física y la química al tratar de explicar procesos y fenómenos complejos que no se pueden observar directamente. Por poner ejemplos muy conocidos, mencionemos el concepto del átomo y la molécula y más aún de sus componentes.

En la ciencia el concepto genérico de modelo tiene que ver con la de representación simplificada y a escala de un fenómeno complejo para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

En el caso de la economía, se considera que las acciones y los hechos económicos se suceden de manera ininterrumpida y no parecen guardar orden ni jerarquización alguna. Tal sería el caso de la compra y venta de bienes y servicios, que podrían considerarse como conductas aparentemente inconexas. Sin embargo, la teoría económica las ordena y tipifica en términos de una teoría del consumidor y otra del productor, las cuales nos permiten entender las razones que están explicando determinados actos, en circunstancias y para bienes específicos. Los modelos microeconómicos nos dan cuenta de ello. Nos dan la posibilidad de entender esos actos, así como pronosticarlos en tiempos y circunstancias determinados.

Este procedimiento puede expresarse a nivel gráfico como una amiba (protozooario elemental sin forma definida (Figura 20), Sólo en la medida que se aplican los instrumentos determinados de un enfoque teórico o paradigma la amiba adquiere una forma precisa, que permite relacionarla con su entorno y, por tanto, entender y ordenar las interacciones que se dan en su interior y que le dan vida y razón de ser. Este sencillo ejemplo de biología básica permite comprender el ejercicio de modelación en general.

Figura 20. Proceso de Modelación



Fuente: Adaptado Loria E.(2007).

IMPORTANCIA DE LA ECONOMÍA

El estudio de la economía no es privilegio exclusivo del economista profesional. Al ser la economía una ciencia que estudia al hombre en su lucha por resolver el problema económico, requiere entonces, que el ciudadano común, tenga cierto conocimiento de la estructura y funcionamiento del sistema económico en que se desenvuelve día a día.

Los habitantes de la ciudad y del campo se enfrentan diariamente a problemas y situaciones de orden económico: desempleo, inflación, ahorro, inversión, interés, precios, impuestos, entre otros, son aspectos que obligan a los ciudadanos a definir cómo deben distribuir sus ingresos en las necesidades más esenciales; cuáles productos y a qué precios debe consumir; qué hacer con el ahorro; cuál actividad económica puede desarrollar.

La economía permite conocer las bases de las necesidades humanas, su producción, distribución, reutilización y el mejor aprovechamiento de los recursos, también establece las bases de intercambio de bienes y servicios entre las personas, organizaciones y países. Genera sistemas, técnicas y políticas públicas que mejoren el bienestar social, ayuda a fijar precios objetivos de los bienes y servicios.

Utiliza técnicas econométricas para predecir situaciones económicas futuras que pudieran perjudicar o beneficiar determinadas situaciones en determinado lugar, así como la forma de maximizar los beneficios y minimizar los problemas. En conclusión, la economía estudia la realidad que vive el ser humano y busca mediante diferentes métodos mejorar su calidad de vida, cubrir sus necesidades materiales, lograr su bienestar social.

CAPÍTULO V

ECONOMETRÍA

DEFINICIÓN DE LA ECONOMETRÍA

Se considera la econometría como una rama muy importante de la economía que se encarga de cuantificar procesos económicos, estos procesos económicos pueden ser de diversa índole, es por ello que se dice que tiene un amplio espectro de aplicaciones en las diferentes actividades del ser humano, entre las más importantes está el análisis económico en la toma de decisiones, mediante la aplicación de modelos matemáticos que se adaptan a diferentes necesidades.

Según González C. (2015), la palabra econometría se deriva del vocablo “econo” que significa economía, y “metría” que quiere decir medición, es decir, medición de la economía. Es entonces la parte de la economía que utiliza métodos estadísticos y modelos matemáticos para cuantificar y/o medir las relaciones económicas. Es importante resaltar que debido a la continua evolución de la ciencia económica y de la misma econometría, existen diversas definiciones de econometría que en su mayoría han sido propuestas por los economistas más influyentes del siglo pasado.

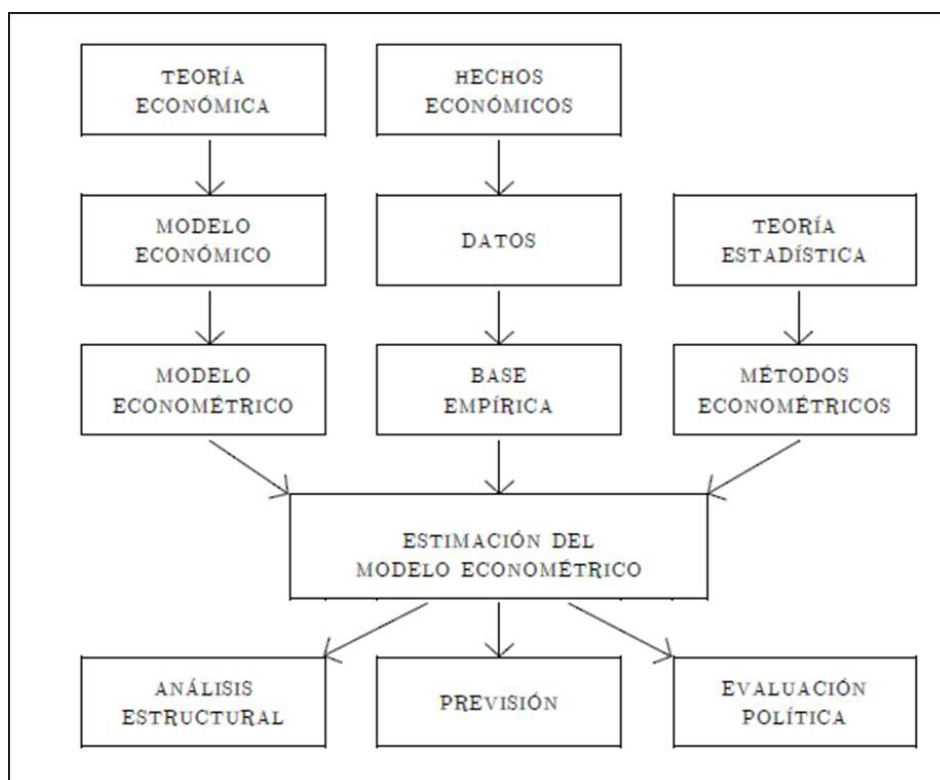
Una de las descripciones más aceptadas de econometría es la propuesta por el economista noruego Ragnar Anton Kittil Frisch (1895-1973): “La econometría es un área de la economía que se basa en la teoría económica para analizar y/o estudiar a través de modelos los fenómenos económicos utilizando las herramientas de la estadística y las matemáticas”, (adaptado de Frisch, 1970).

El avance y desarrollo de la economía, tiende a ampliar el ámbito de la investigación econometría, al formular nuevas teorías relacionadas con avances de la ciencia, también la disponibilidad de bases de datos, que han permitido acometer muchos estudios novedoso, además de los avances en las técnicas matemáticas, estadísticas e informáticas que han proporcionado herramientas poderosas para afrontar nuevos problemas planteados.

PROCEDIMIENTO ECONOMÉTRICO GENERAL

La econometría se ha desarrollado como una especialidad muy importante de la economía, generando una serie de conocimientos propios de la disciplina, entre ellos se desarrollan los procedimientos econométricos (Figura 21), que buscan describir, predecir una realidad económica específica.

Figura 21. Principales Elementos que Integran el Procedimiento Econométrico



Fuente: Adaptado de Intriligator (1978)

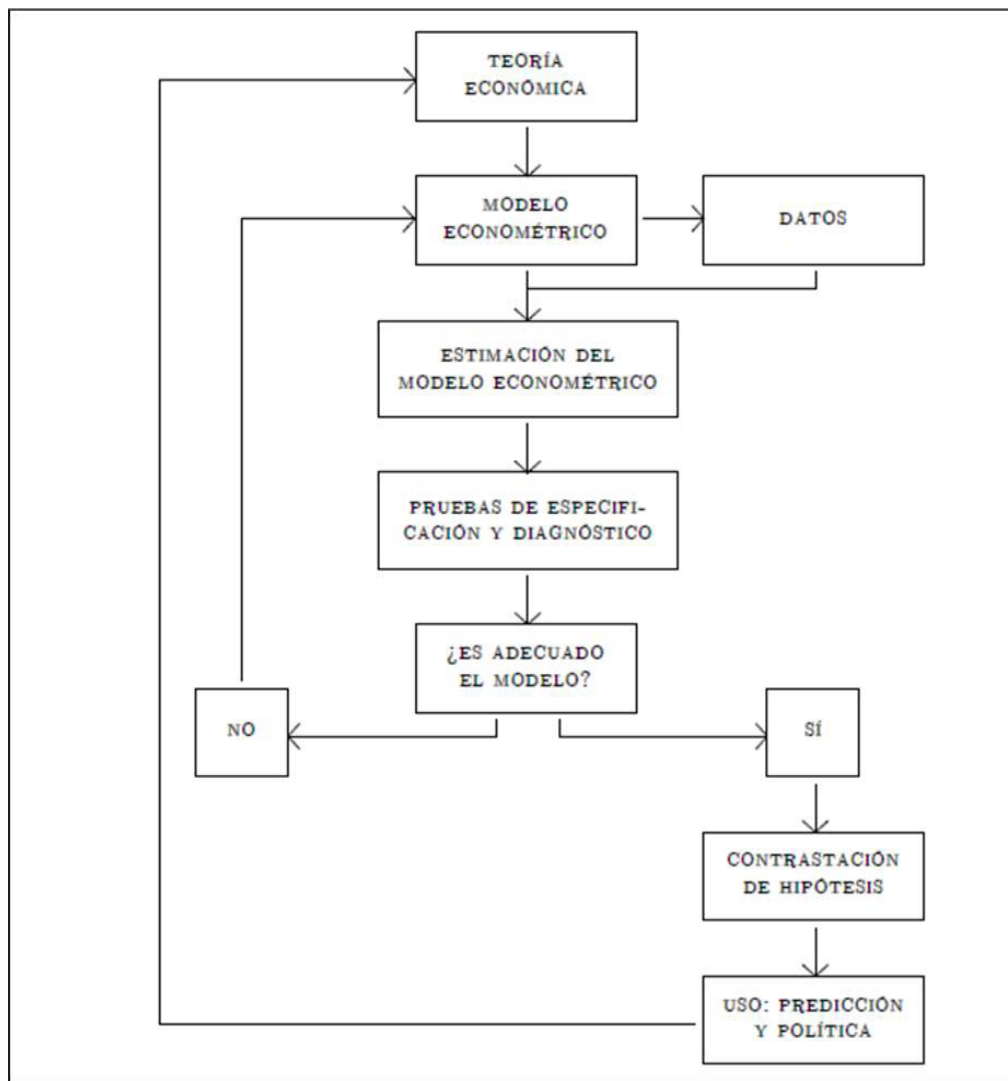
Entendiendo la complejidad del mundo real, el economista debe comenzar efectuando una abstracción del mismo, a partir de la cual se formulan las diversas teorías que se pueden expresar como modelos económicos que tienen una serie de características e implicaciones que describen los diversos elementos del sistema, en consecuencia la relevante función de la econometría es proporcionar las herramientas necesarias para el análisis de las diversas realidades, como explica Intriligator (1978), los modelos econométricos constituyen, en suma, el instrumento que permite conectar, confrontar teoría y realidad.

Es importante destacar también que la aplicación de los modelos econométricos nos permite evaluar posibles realidades futuras y tomar previsiones al respecto, sin embargo, se critica también al modelo presentado ya que es unidireccional y se recomienda una retroalimentación del sistema.

ETAPAS DEL PROCEDIMIENTO ECONÓMÉTRICO GENERAL

A la par de las críticas realizadas al modelo anterior, surgen aportes de G.S. Maddala (1996), quien plantea una serie de etapas para un procedimiento econométrico general (Figura 22), junto con procesos de retroalimentación que permite evaluar los resultados y realizar los cambios necesarios.

Figura 22. Procedimiento Econométrico General



Fuente: Adaptado de G.S. Maddala (1996)

Se plantea entonces con este modelo económico subyacente, la posibilidad de verificar empíricamente la conveniencia del modelo, pudiendo adoptar diversas formas funcionales. La etapa de estimación consiste en determinar la magnitud estimada de los parámetros desconocidos del modelo. Para ello, se requieren datos empíricos sobre el fenómeno económico bajo estudio, es decir, observaciones de las variables que intervienen en el modelo, así como la utilización de métodos apropiados de estimación y de inferencia.

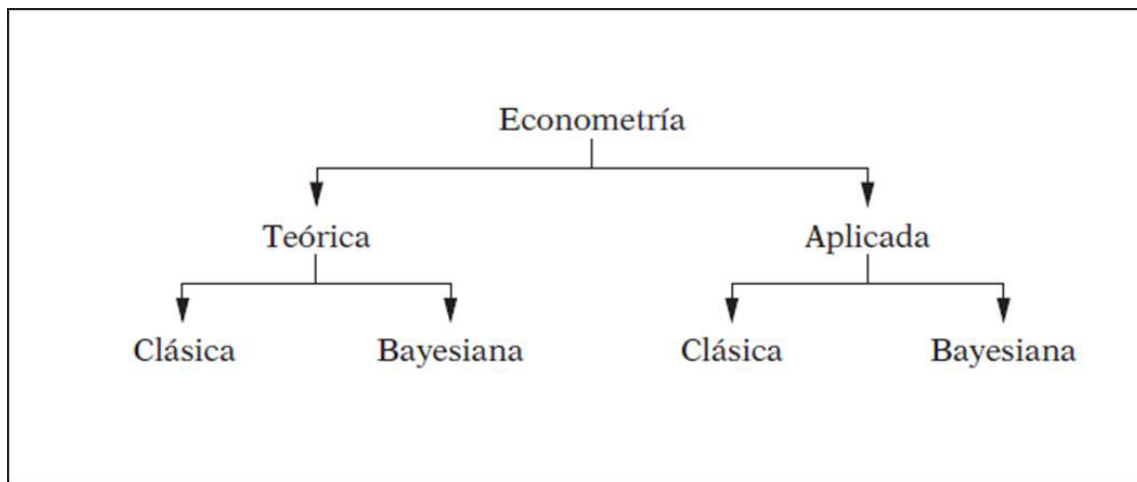
Posteriormente se debe aplicar la inferencia estadística a los datos disponibles, lo que permite abordar la validación del modelo de hipótesis, tanto relacionadas con la especificación del modelo como con otros aspectos de interés en la confrontación de las teorías con la realidad económica. Dicha contrastación debe realizarse a partir de criterios previamente establecidos para rechazar o no las hipótesis objeto de análisis.

Finalmente, cuando el modelo supera la etapa de validación, puede ser utilizado para análisis estructural, a través del análisis de la relación existente entre las variables y Predicción de la variable de interés condicionada a los valores de las variables explicativas.

TIPOS DE ECONOMETRIA

Como se observa (Figura 23), el esquema de clasificación en la econometría se divide en dos amplias categorías: econometría teórica y econometría aplicada. En cada categoría se puede tratar la materia según la tradición clásica o la bayesiana.

Figura 23. Tipos de Econometría



Fuente: Adaptado Loria E.(2007).

En la presente investigación se destaca el enfoque clásico. Sin embargo, para el enfoque bayesiano, se utiliza el teorema de Bayes, se hace uso de probabilidades a hipótesis, la muestra, y una distribución posterior. Desde el punto de vista matemático se puede demostrar que con el cálculo de probabilidades se puede representar de modo numérico el conjunto de racional de creencias, de modo que existe una relación directa entre probabilidad e información y la regla de Bayes proporciona un modo natural de actualización de las creencias cuando aparece nueva información.

A diferencia, en la econometría teórica se relaciona con la elaboración de métodos apropiados para medir las relaciones económicas especificadas por los modelos econométricos. En este aspecto, la econometría se apoya en gran medida en la estadística matemática. Por ejemplo, es el de mínimos cuadrados. La econometría teórica debe expresar los supuestos de este método, sus propiedades y lo que les sucede cuando no se cumplen uno o más de los supuestos del método.

EL PROYECTO ECONOMÉTRICO

En el caso particular de la econometría aplicada, debería haber pocas dificultades en la elaboración de un proyecto de investigación, precisamente porque un modelo econométrico busca crear una ruta en la investigación que constituye un eje ordenador que facilita en gran medida el trabajo del proyecto econométrico, porque evita la dispersión y con ello la posibilidad de redactar capítulos o secciones innecesarios.

La elaboración de un proyecto de investigación basado en la aplicación, construcción contrastación de un modelo econométrico permite al estudioso concentrar sus esfuerzos y potenciar los alcances propios del aprendizaje y de la investigación aplicada, debido a que el modelo representa, por sí mismo, la oportunidad de concentrar varias ideas e hipótesis en términos de un instrumento analítico sintetizador que logra una abstracción de múltiples ideas. El modelo especifica el ámbito restringido de las variables que entran en juego en el conocimiento de un fenómeno particular.

Es importante destacar, que la elaboración de un proyecto de investigación de tipo econométrico puede tener muchos propósitos, alcances y variantes (que pueden ser más o menos prácticos), como los siguientes:

La formulación de un proyecto de inversión (para los sectores privado y/o público). Por lo general, en los cursos de evaluación de proyectos se considera que el punto más importante es encontrar la tasa de retorno y el tiempo de recuperación de la inversión. Sin embargo, también será necesario calcular las elasticidades de demanda y oferta del producto específico o del comportamiento del sector para tener mayor fundamentación en la formulación del proyecto de inversión. Asimismo, es indispensable realizar ejercicios de pronóstico y prospección para situar el entorno general en que se desarrollará la inversión en cuestión.

Contribuir a la mejor comprensión de un problema concreto, sujeto de ser medible y, por tanto, contrastable. Esto se consigue a partir de la descripción que genera el ordenamiento de las variables participantes. No debe perderse de vista que la econometría es principalmente inferencial, pero no por ello deja de ser descriptiva. Ambos aspectos son importantes. Ninguno de los dos puede privilegiarse de antemano, sino hasta que el investigador define y justifica su prioridad de investigación.

Fundamentar la toma de decisiones a cualquier nivel y prácticamente en cualquier actividad humana, aunque en apariencia no tenga vinculación con la economía. De acuerdo con el Enfoque económico de la conducta humana, no existe acto humano alguno ajeno a la racionalidad económica. Aspectos cruciales de la vida como prestigio, adicciones, placer, benevolencia, envidia, traición, venganza, aun cuando no guardan una relación directa con variables económicas, caen definitivamente en el campo de las elecciones y, por tanto, en el de la economía. Las adicciones (legales e ilegales), las prácticas que conducen a la extinción de flora y fauna, la

preferencia por una religión, la incidencia (genérica y etaria, geográfica y estacional) del suicidio, la migración, la nupcialidad, los divorcios, la infidelidad, etc., son decisiones que, en última instancia, responden a incentivos y/o castigos que tienen una fundamentación económica y que pueden cuantificarse para ampliar nuestra comprensión del fenómeno y, en consecuencia, generar instrumentos precisos de prevención, atención o corrección.

Sistematizar una problemática (o varias) de nuestro ámbito profesional para comprenderla mejor y así proponer instrumentos de acción más precisos

Probar y contrastar cualitativa y numéricamente hipótesis teóricas, así como también medir los valores numéricos de ciertas relaciones teóricas propuestas por diferentes investigadores en el campo económico.

Probar la existencia de relaciones causales robustas entre variables.

Hacer predicción y prospección en cualquiera de los campos mencionados.

Conviene mencionar que la elaboración del proyecto es la base fundamental en el proceso de investigación, ya que de su claridad y capacidad de convencimiento dependerá su aprobación, ya sea el visto bueno para registrarlo como una tesis con altas probabilidades de culminarse exitosamente, o, si se trata de un proyecto de investigación profesional, la probabilidad de recibir financiamiento para su realización, de conservar el empleo o de obtener uno.

El diseño del proyecto se refiere al planteamiento claro y pertinente de un problema. Implica elaborar la agenda de investigación (que incluye un cronograma calendario con metas específicas) para alcanzar el propósito central. Es la presentación de una intención y de un programa más o menos detallado y preciso. Esto supone un conocimiento aceptable del tema, así como tener una idea, aunque sea general, de los requerimientos para su realización.

Según Loria E.(Op. Cit), es necesario definir y delimitar claramente el tema y, sobre todo, el problema a estudiar o la pregunta a responder. Pero quizá aún más importante es especificar qué deseamos y qué podemos lograr con el proyecto y, sobre todo, con el modelo. En ese sentido, es totalmente legítimo y necesario plantearse uno de los siguientes objetivos: a) explicar un fenómeno específico, b) demostrar o contrastar una hipótesis, c) evaluar la eficacia de determinados instrumentos de política, d) pronosticar una o varias variables, etc. Por ello, es altamente recomendable que desde un inicio se planteen el objetivo general y los objetivos específicos. La detección de los objetos o entidades de estudio es crucial.

Aun cuando los motivos de la elección del tema pueden ser muy diversos (y también muy válidos), debe reflexionarse con completa objetividad si la realización del proyecto es viable mediante la construcción del modelo. Sería importante tomar en cuenta los siguientes factores:

Realizar un estudio sobre lo que comúnmente se conoce como estado del arte en el área. En ese sentido, se deberá poner especial atención a la disponibilidad y acceso a la bibliografía relevante (clásica y actual y a los debates teóricos y hallazgos empíricos principales) referente al tema y al problema, pues ello permitirá conocer resultados precisos de otros trabajos, lo cual reflejará o marcará nuestro objetivo a alcanzar. Asimismo, esta primera actividad servirá como guía teórica, metodológica y práctica para la elaboración de nuestro modelo.

En paralelo a la actividad anterior, es indispensable conocer y analizar previamente la disponibilidad y calidad de los datos necesarios. Por ejemplo, es muy común que se quieran estimar funciones de producción de alto grado de complejidad, expuestas por la nueva teoría del crecimiento endógeno, cuando en la práctica no existen datos confiables de acervos de capital. O también ocurre que se quieran estimar variables para las que no hay series suficientemente largas o, peor aún, que ni siquiera existen.

Como ya mencionamos, el tema de estudio debe comprender variables mensurables y comparables entre sí, que sean representativas y apropiadas para lo que se pretende, por lo cual se debe poner especial cuidado en los términos (unidades) en que se expresan las series numéricas, como son valores nominales o reales, su periodicidad (anual, trimestral, mensual o incluso diaria) y su extensión en el tiempo. Debe tenerse particular cuidado en que muchas variables se expresan a través de números índice, los cuales necesariamente tienen una observación de base o punto de partida o referencia (éste es el caso típico de los índices de precios).

Otro factor no menos importante que determina la viabilidad del proyecto y de la investigación misma, consiste en evaluar con toda objetividad la capacidad y la disponibilidad (propia y del equipo de trabajo) para cumplir con la agenda en tiempo y forma.

Una omisión muy común es no tomar en cuenta, o por lo menos con la debida objetividad, la disponibilidad real de recursos físicos y humanos para realizar la investigación. Respecto a los recursos humanos, nos referimos al conocimiento técnico y formación académica de los participantes. Con frecuencia la realización de un proyecto exige avanzar en nuestro conocimiento no sólo del tema, sino de las técnicas econométricas y la teoría económica. Este punto es muy importante, ya que es un proceso de actualización y aprendizaje que debe evaluarse desde el punto de partida, además de estimar los requerimientos de actualización necesarios para conseguir los objetivos.

El proceso de la redacción constituye un factor importante que necesariamente se deberá cuidar durante el desarrollo del proyecto. De esta manera, no es raro que una causa de rechazo del proyecto se deba a una exposición demasiado larga o al uso de términos y figuras narrativas muy complejos o expresiones poco comunes. Esto ocurre con cierta frecuencia cuando se considera que la escritura barroca es sinónimo de elegancia o de estatuto científico. No hay nada mejor que el empleo de lenguaje claro y sencillo mediante el uso de ideas directas y cortas.

El proyecto econométrico debe contener una justificación y una descripción claras y convincentes del problema a estudiar. En la medida que éste tenga una mayor dimensión científica (para el caso de la academia) o de solución de un problema específico (para el caso del sector público o privado) será más ‘vendible’ y, por tanto, tendrá más probabilidad de ser ‘comprado’ (léase financiado) por la institución en que se pretenda desarrollar. Como explica Wooldridge (2000), la selección del tema o problema de investigación dependerá de la incidencia social o política que se pretende, sin que exista necesariamente una relación directa entre espacio geográfico (localidad, región, país o mundo) y trascendencia. Es decir, hay problemas muy localizados que pueden afectar el bienestar de una localidad muy pequeña y por ello mismo son muy importantes. Además de que puede ocurrir que algún problema muy particular sea altamente representativo de un universo mayor.

La tarea del investigador consiste en detectar los problemas y presentarlos en forma de proyectos de investigación viables que pueda vender para que con su producto final se ofrezcan alternativas de comprensión y, lo principal, de solución. Si bien el problema a estudiar deberá por fuerza estar inserto en una realidad más amplia, para efectos analíticos se le debe aislar metodológica, analítica y temporalmente. En esto consiste el proceso de abstracción en la investigación.

La ubicación o contextualización adecuada del problema dentro de su entorno más amplio en el tiempo y en el espacio se llama ambientación. Por ejemplo, el problema de la determinación del tipo de cambio real no puede aislarse del entorno macroeconómico en que opera una economía verdadera, aun cuando nuestro problema se enfoque exclusivamente en probar que se cumple la hipótesis de la paridad del poder adquisitivo (PPP, por sus siglas en inglés) en determinado país, para un periodo también definido. De igual manera, podría haber interés por probar que los niveles de salud mental de una comunidad escolar inciden negativamente en la calidad de la docencia o en el aprovechamiento educativo.

Es evidente que este tipo de investigación se circunscribe a espacios físicos y sociales muy definidos, y que hace abstracción de un entorno más amplio que tiene mucho que ver con ese pequeño marco analítico. Sin embargo, para efectos del proyecto, tenemos que abstraer ese entorno y concentrarnos en el punto concreto de interés.

Una vez que el problema se ha justificado y ambientado, es indispensable presentar con la mayor claridad y precisión posibles una hipótesis o una pregunta que se pretenda probar, contrastar o responder con el modelo, el cual deberá ser el adecuado para abordar con solvencia las pruebas de hipótesis necesarias.

Por supuesto que previamente se habrá justificado la importancia de esta hipótesis para algún aspecto en específico, como podría ser la ineffectividad de la política económica para sacar al tipo de cambio de su trayectoria de largo plazo si es que se cumple con la hipótesis mencionada.

Del mismo modo, podría interesar demostrar la relevancia de esa hipótesis en cuanto a su efecto sobre el crecimiento económico de largo plazo.

En consecuencia, la lógica que debe estar presente todo el tiempo y desde la cual debe construirse el modelo econométrico. Por lo hasta aquí dicho, queda claro que el modelo econométrico es un eje ordenador de ideas y argumentos colaterales a nuestra hipótesis central, que evitará que nos perdamos al internarnos en otros temas afines o asociados. En esto radica la gran utilidad de los modelos: que exigen respetar una lógica formal dentro de los enunciados del modelo, los cuales conforman el conjunto de categorías y conceptos que construyen congruentemente nuestro objeto de estudio.

Al mismo tiempo, el manejo ordenado y congruente de los datos que se asocia a la lógica formal del paradigma elegido ocupará el centro de nuestra atención y nuestros esfuerzos para alcanzar el objetivo principal. La congruencia y, por tanto, la fuerza intrínseca del modelo contribuye mucho a ese propósito, pero justo por estas razones es totalmente conveniente conocer y reconocer los alcances, pero también las limitaciones del modelo. No obstante, debe quedar claro que el proyecto y el modelo econométricos no constituyen una camisa de fuerza que limite la creatividad del investigador, sino la agenda lógica y ordenada de investigación a seguir; evitan la dispersión de ideas y esfuerzos; obligan al investigador a que, dentro de los límites de los argumentos y la serie de restricciones que enfrenta, esa abstracción de la realidad responda exclusiva o principalmente las preguntas pertinentes.

A medida que se vayan conociendo más aspectos del problema y surjan otras técnicas econométricas, el proyecto y el modelo deben afinarse y, en caso necesario, redefinirse. Esto de ninguna manera significa un fracaso. Es la consecuencia natural de que conforme más se conocen la técnica, la teoría, los datos y el problema, aparecen nuevos caminos o alternativas para resolverlo; o incluso, puede resultar que el problema que en un principio considerábamos fundamental, no lo es tanto.

Esto es bastante común y pasa a menudo hasta con los investigadores más experimentados, sobre todo cuando se comienza un tema relativamente desconocido. Por tal razón, es indispensable que cuando surja una idea relevante iniciemos rápidamente una amplia revisión del estado del arte sobre el tema, para evitar caer en obviedades o llegar a descubrir lo que otros ya hicieron. En estas fases iniciales del proceso de investigación pueden aparecer otros asuntos o problemas de interés o técnicas más adecuadas que conduzcan a redefinir el proyecto de investigación inicial.

Finalmente, debe considerarse que una vez que se ha llegado a un resultado relevante, el modelo habrá cumplido su cometido por un momento. Pero si se quiere continuar profundizando sobre el tema el modelo tendrá que seguir evolucionando, con lo cual queda claro que los modelos son entes en movimiento continuo, lo que significa que se requiere actualización permanente

en sus aspectos teóricos y estadísticos. A esta actividad se le conoce como mantenimiento y desarrollo de los modelos.

Al responder las preguntas originales aparecerán otras, por lo que los resultados obtenidos a su vez se constituirán en medios o en la plataforma para continuar o proponer nuevos proyectos y modelos econométricos. Cuando se logre entender la lógica se darán cuenta de que la investigación se convirtió en nuestro modelo, un poderoso instrumento de autoaprendizaje de nuestra área de interés y de aspectos más profundos y complicados.

LOS MODELOS ESTRUCTURALES ECONÓMÉTRICOS

De acuerdo con Intriligator (Op. Cit.), como una variante de los modelos algebraicos se encuentran los modelos econométricos que, en su versión clásica o estructural, utilizan tres tipos de relaciones o ecuaciones:

Ecuaciones de comportamiento: son las que establecen causalidades de las variables exógenas y endógenas rezagadas o predeterminadas (x_i) sobre las endógenas (y_i).

$y_i = f(x_i)$; $i = 1, 2, \dots, n$ variables exógenas y/o predeterminadas.

Las variables endógenas (también llamadas incógnitas) se determinan o resuelven en el modelo; las exógenas son las variables explicativas y se determinan fuera del sistema, por lo que tienen valores dados o predeterminados.

En esencia, este primer tipo de ecuaciones es el que le da el carácter y razón de ser a la econometría porque concentra el esfuerzo de la inferencia estadística. Los otros dos tipos de ecuaciones son definidos por los sistemas de contabilidad nacional que a su vez provienen de la teoría económica. Por ello es que regularmente son transformaciones algebraicas con mayor o menor grado de complejidad que se basan en definiciones teóricas.

Las ecuaciones de comportamiento, si bien se fundamentan en la teoría económica (la que prefiera el modelador), tendrán otro sesgo adicional que el modelador le dará a partir de la incorporación o exclusión de variables y de la manera en que éste asume que se comportan para explicar los fenómenos de interés.

Es importante destacar, que el investigador no puede exigirle a la realidad que responda exclusivamente al planteamiento general (modelo teórico) a través del forzamiento de los datos. Bien puede ser que ese modelo teórico que se elaboró con pretensiones generales (universales) sólo sea aplicable a ciertas estructuras económicas y geográficas y para periodos específicos. El econometrista deberá tener la visión y la experiencia suficientes para entender que los resultados de sus modelos serán siempre una probabilidad de acercamiento a la teoría y, en consecuencia, representarán una probabilidad de ocurrencia.

Los modelos según Intriligator (Op. Cit.), dan una respuesta o una realidad que no se puede afirmar que sea verdadero o falso en el sentido absoluto, sino más probable o menos probable en el sentido de la lógica probabilística.

Identidades contables: Este segundo tipo de ecuaciones que utilizan los modelos estructurales son relaciones que se cumplen necesariamente porque así lo determina la teoría. Ejemplos clásicos en la contabilidad de un país tienen que ver con la identidad del producto, tanto por remuneraciones factoriales como por demanda final:

PIB = salarios + excedente bruto de explotación + impuestos indirectos netos + depreciación
= consumo privado + inversión privada + gasto público + exportaciones netas + variación de existencias

Condiciones de equilibrio: son expresiones que balancean las cuentas de variables agregadas y también cierran bloques de ecuaciones. Regularmente emplean un componente para igualarlas. Por ejemplo, para saldar la oferta y la demanda agregadas en algunos modelos se emplea el rubro denominado cambio de inventarios (o variación de existencias), mientras que en otros modelos se utiliza la balanza comercial. El hecho de que un modelo utilice una u otra forma de cierre, refleja una manera particular y, por ello mismo, distinta de interpretar al sistema económico, no obstante que se trata de una condición de equilibrio y no de una ecuación de comportamiento.

La combinación de los tres tipos de ecuaciones anteriores es la base para construir modelos completos. Por este término debemos entender a aquellos modelos multiecuacionales que integran a la mayoría de los sectores económicos a través de un conjunto de ecuaciones que captan el funcionamiento de la oferta (producción sectorial, empleo, salarios y precios), la demanda (consumo e inversión) y las principales balanzas macroeconómicas como la balanza comercial, la cuenta corriente y la balanza fiscal. A su vez, todas ellas pueden agruparse en bloques de ecuaciones que se pueden expresar gráficamente y para mayor comprensión a través de diagramas de flujo.

LA REGRESIÓN

El análisis de regresión trata del estudio de la dependencia de una variable (variable dependiente) respecto de una o más variables (variables explicativas) con el objetivo de estimar o predecir la media o valor promedio poblacional de la primera en términos de los valores conocidos o fijos (en muestras repetidas) de las segundas.

Figura 23. Variables Econometría

Variable dependiente	Variable explicativa
⇕	⇕
Variable explicada	Variable independiente
⇕	⇕
Predicha	Predictora
⇕	⇕
Regresada	Regresora
⇕	⇕
Respuesta	Estímulo
⇕	⇕
Endógena	Exógena
⇕	⇕
Resultado	Covariante
⇕	⇕
Variable controlada	Variable de control

Fuente: Adaptado Loria E.(2007).

Los términos variable dependiente y variable explicativa se definen de varias maneras; a continuación se presenta una lista representativa (Figura 23), Aunque es cuestión de preferencia personal y tradición, en este texto se utiliza la terminología de variable dependiente/variable explicativa, o la más neutral de regresada y regresora.

Si se estudia la dependencia de una variable respecto de una única variable explicativa, como el consumo que depende del ingreso real, dicho estudio se conoce como análisis de regresión simple, o con dos variables. Sin embargo, si se estudia la dependencia de una variable respecto de más de una variable explicativa, como el rendimiento de un cultivo, la lluvia, la temperatura, el Sol y los fertilizantes, se trata de un análisis de regresión múltiple. En otras palabras, en una regresión de dos variables sólo hay una variable explicativa, mientras que en la regresión múltiple hay más de una variable explicativa.

MODELOS DE REGRESIÓN CLASICO

Debe tenerse en cuenta que el modelo de regresión lineal clásico es una abstracción o construcción teórica, pues los supuestos que lo fundamentan pueden llegar a ser considerados rigurosos o poco realistas, pero en la medida en que se progresa en conocimientos, estos supuestos pueden llegar a ser modificados sobre la marcha.

Por medio del enfoque de mínimos cuadrados se efectúa el análisis de regresión, el cual bajo ciertos supuestos produce estimadores lineales insesgados, incluso algunos de esos estimadores presentan varianza mínima.

Se realiza el análisis del problema de estimación puntual de los coeficientes de regresión, se considera la precisión del estimador con la medición del error estándar. Se aplica con esto inferencias acerca de los parámetros (poblacionales) y la aplicación de las pruebas de hipótesis de dichos parámetros.

Un tema a tratar es el problema de la bondad de ajuste de la regresión muestral, el cual se mide por medio del coeficiente de determinación r^2 , mismo que será calculado. Así mismo, se verifica cómo las perturbaciones poblacionales tienen una distribución normal y cómo bajo este supuesto los estimadores del modelo de mínimos cuadrados ordinarios siguen distribuciones probabilísticas conocidas.

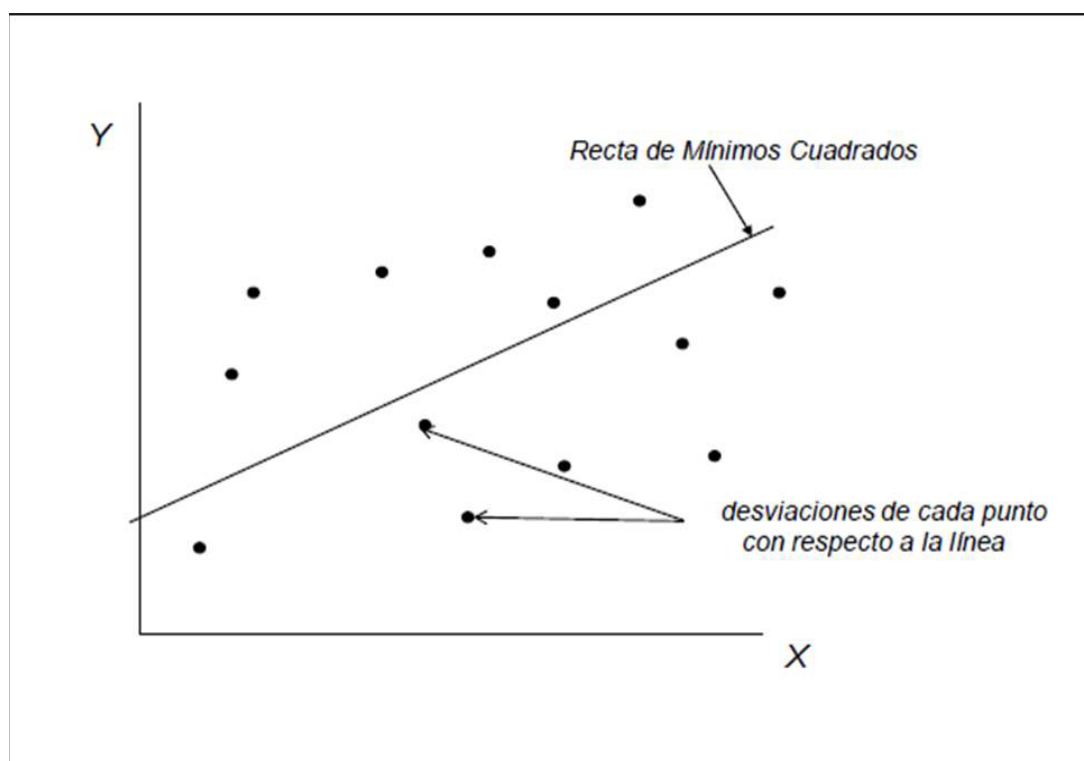
Por último, se analizan dos ramas de la estadística clásica como son la estimación y las pruebas de hipótesis, para ello se aplican los intervalos de confianza y la prueba de significancia. También se demuestra cómo la línea de regresión muestral que se obtiene de los datos, puede utilizarse para la predicción o proyección.

Mínimos cuadrados ordinarios (mco)

El método de mínimos cuadrados según Elizalde E. (2012), es uno que se emplea para estimar o predecir el valor de una variable en función de valores de otra variable, teniendo como antecedente el comportamiento de un conjunto de datos del mismo tipo.

El problema de la predicción lineal se reduce al de ajustar una línea recta a un conjunto de puntos localizados en un diagrama de dispersión. El diagrama de dispersión sirve de base para conocer el tipo de curva que mejor se ajusta a los datos, si esta curva resulta una recta, se llama recta de ajuste. La recta de ajuste es una línea recta que hace mínima la suma de las desviaciones de cada punto con respecto a la línea recta, esta recta se le conoce como recta de mínimos cuadrados y está representada (Figura 24).

Figura 24. Recta de Mínimos Cuadrados



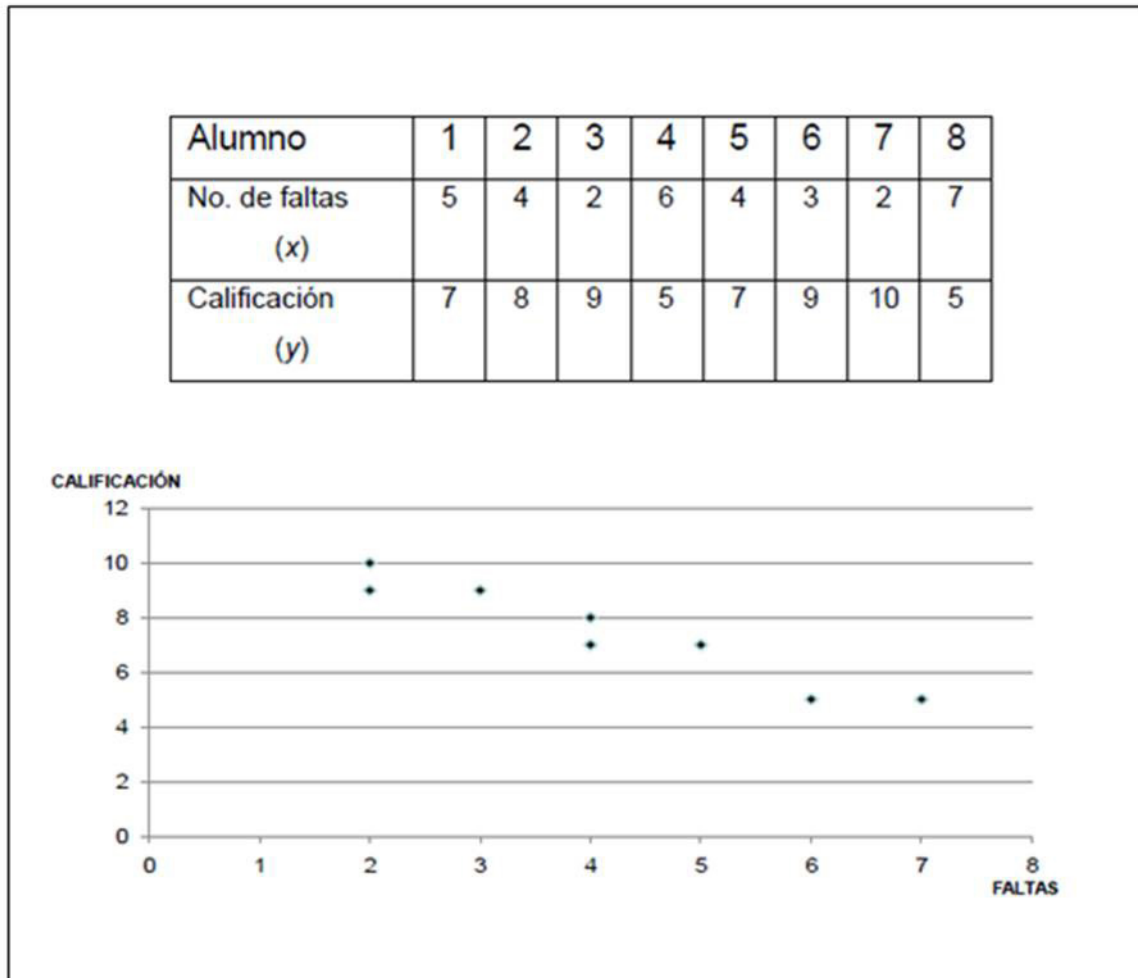
Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Cuando se tienen asignados valores a dos variables distintas obtenidas del mismo elemento de la población o muestreo, se les denomina datos bivariados, esto es que varían aun cuando estén relacionadas de alguna manera. Matemáticamente, los datos bivariados constituyen pares ordenados; llamados x y y , donde x es la variable de entrada y y es la variable de salida. La variable de entrada es la que se puede controlar, o la variable a partir de la cual se pueden hacer predicciones. La variable de salida es la que se desea predecir. La predicción es uno de los objetivos principales del análisis de regresión.

Es a partir del diagrama de dispersión que se puede verificar el tipo de relación que existe entre las variables x , y . Este diagrama consiste en la traza de todos los pares ordenados de datos bivariados sobre un eje coordenado. Donde la variable de entrada, x , se localiza en el eje horizontal y la variable de salida, y , en el eje vertical.

Esto se puede ejemplificar mediante una muestra aleatoria de ocho alumnos universitarios a quienes se les registraron las faltas y calificaciones en la asignatura matemática según datos muestrales (Figura 25). El diagrama de dispersión se muestra en el plano cartesiano, cada par ordenado se presenta mediante un punto.

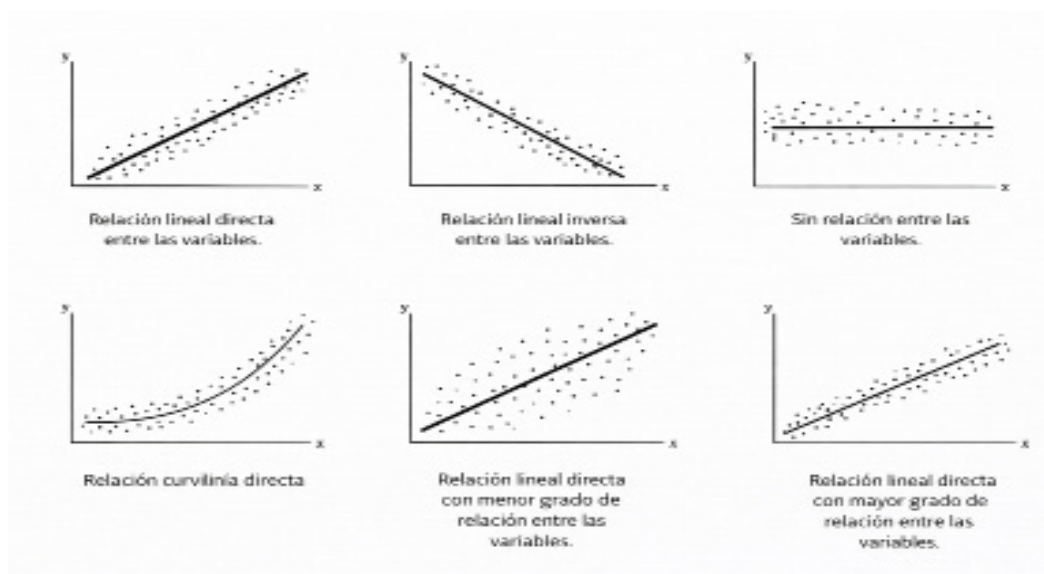
Figura 25. Ejemplo Diagrama de Dispersión



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Si el diagrama de dispersión indica en general una relación lineal, entonces se ajusta una línea recta a los datos. Esta línea es ubicada por el método de mínimos cuadrados. Posteriormente se exponen algunos diagramas de dispersión en los que se establece una línea de regresión (Figura 26), la cual indica que si tiene pendiente positiva, indica una relación directa entre las variables, una pendiente negativa muestra una relación inversa entre las variables, y una pendiente de cero indica que no tienen relación entre sí.

Figura 26. Diagramas de Dispersión con línea de regresión



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Una de las ecuaciones que representan al modelo de regresión simple y que es de las más utilizadas para efectuar la predicción, es la ecuación lineal de la forma:

$$y = mx + b$$

Donde:

m representa la pendiente de la recta.

b es el punto donde la recta intercepta al eje y.

Supuestos

El análisis de regresión más sencillo para el caso de dos variables, también se le conoce como modelo de regresión simple, modelo de regresión bivariada o como modelo de regresión de dos variables. Este modelo no es de uso amplio en la econometría aplicada, pero sirve para ilustrar las ideas básicas del mismo.

El análisis de regresión simple permite estimar o predecir el valor medio o promedio (poblacional) de la variable dependiente y con base en los valores fijos o conocidos de la variable explicativa x. Una ecuación simple que relacione a Y con X y que dispone de n observaciones es:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

Esta ecuación se define como el modelo de regresión lineal simple donde:

Y es la variable dependiente o explicada cuyo comportamiento se quiere analizar.

X es la variable independiente o explicativa considerada como la causa que crea transformaciones en la variable dependiente.

β son los parámetros cuyo valor se desconoce y se deben estimar. Es mediante esta estimación que se obtiene una medición de las relaciones existentes entre Y y X.

u es la variable aleatoria llamada término de error o perturbación, y que recoge el efecto conjunto de otras variables no directamente explicadas en el modelo, cuyo efecto individual sobre la variable dependiente no resulta relevante.

i hace referencia a las diversas observaciones para las cuales se establece su validez.

La ecuación anterior establece la relación entre Y y X, si los factores de u_i se mantienen fijos de tal forma que un cambio en u_i sea cero ($\Delta u_i = 0$). De esta manera, el cambio en Y es β_1 multiplicada por el cambio en X_i . β_1 es el parámetro de la pendiente de la relación entre Y y X si se mantienen fijos en u_i los otros factores. En tanto, β_0 es el parámetro de intercepción que también tiene sus usos, pero es poco decisivo para el análisis. La intercepción β_0 de la ecuación no pierde generalidad al suponer que el valor promedio de u_i en la población es cero.

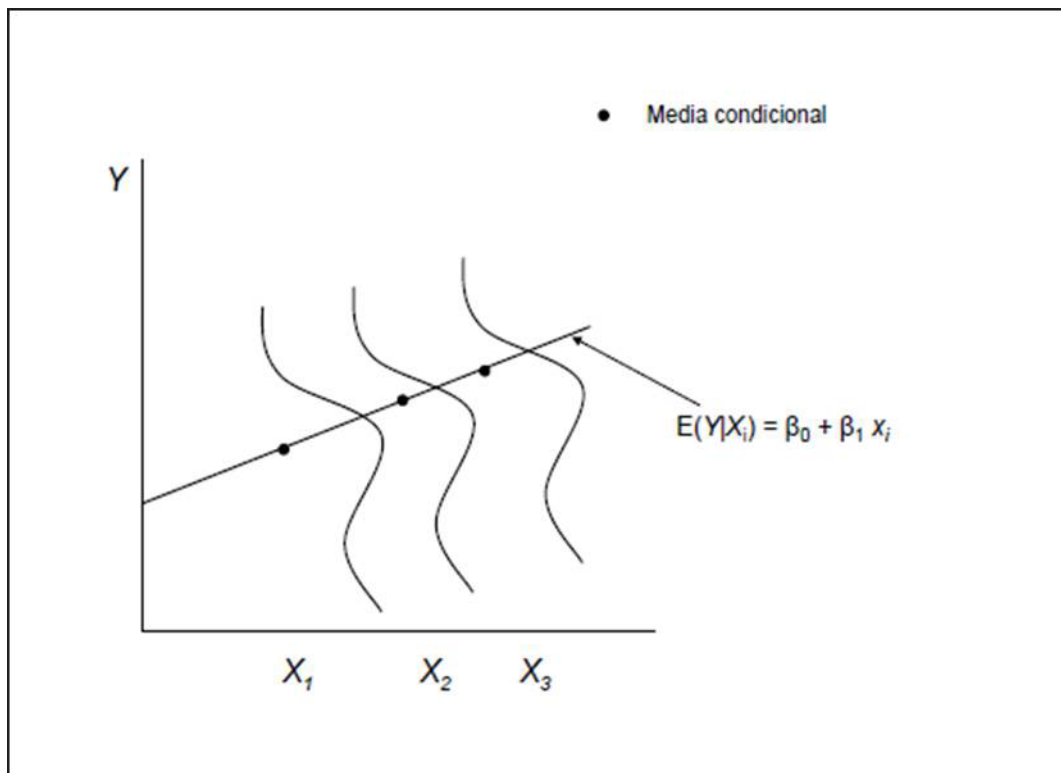
$$E(u_i) = 0$$

La expresión anterior no indica ninguna relación entre u_i y X_i , sólo determina la distribución de los factores inobservables de la población. Al relacionar u_i y X_i , variables aleatorias, se puede definir la distribución condicional de u_i dado cualquier valor de X_i . Para cualquier valor de X_i se puede obtener el valor esperado (o promedio) de u_i para aquella parte de la población que describe X_i . El supuesto de que el valor promedio de u_i no dependa de X_i se denota así

$$E(u_i | X_i) = E(u_i) = 0$$

La primera parte de la igualdad supone la media condicional cero, es decir, que, para cualquier X, el promedio de los factores inobservables es el mismo Y, por tanto, debe ser igual al promedio de u_i para toda la población.

Figura 27. Curva Regresión Poblacional



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Suponiendo que la media condicional de la ecuación simple está en función de X_i y utilizando $E(u_i) = 0$ se tiene:

$$E(Y|X_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

La ecuación muestra la función de regresión poblacional (FRP) o regresión lineal poblacional, donde $E(Y|X_i)$ es una función lineal de X_i . En otras palabras, indica como el valor promedio (poblacional) de Y varía con las X . De manera geométrica, (Figura 27), se puede mostrar la curva de regresión poblacional que es la unión de las medias condicionales o esperanzas de la variable dependiente para los valores fijos de la variable explicativa.

Se puede observar la curva de regresión poblacional que muestra que para cada X_i existe una población de valores de Y , que se suponen normalmente distribuidos, y una media condicional correspondiente. La línea o curva de regresión atraviesa las medias condicionales.

Los planteamientos hechos hasta el momento, suponen valores poblacionales de Y correspondientes a los valores fijos de X . Es momento de hacer referencia a problemas de muestreo, pues en la práctica lo que está al alcance es una muestra de valores de Y correspondiente a valores fijos de X .

Estimadores

El problema de predicción lineal se reduce al de ajustar una línea recta a un conjunto de puntos localizados a un diagrama de dispersión. El procedimiento que más se emplea para el ajuste de una recta a un conjunto de puntos se conoce como método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

Retomando la función de regresión de la población en dos variables.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

Se determinó que bajo esta función no se podía observar directamente, por lo que se estimó a partir de la función de regresión de la muestra

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i \\ &= Y_i + e_i \end{aligned}$$

Al final:

En este caso e_i son los residuos, es decir, las diferencias entre los valores reales y los estimados de Y . Dados N pares de observaciones de Y y X se debe de determinar la función de regresión muestral de tal modo que estén cerca como sea posible del Y real. A partir de esto se adopta el siguiente criterio $\sum e_i = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)$, de tal manera que la suma de los residuos resulte ser tan pequeña como sea posible. A partir de este razonamiento se desprende el diagrama hipotético que se muestra (Figura 28).

Figura 28. Diferencia de los Residuos en la Recta de los mínimos Cuadrados



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Si se adopta el criterio de minimizar $\sum e_i$, se le da la misma importancia o peso a los residuos sin importar que tan cerca o que tan dispersas están las observaciones individuales de la línea de ajuste. Este problema se evita estableciendo el criterio de los mínimos cuadrados según el cual la función de regresión muestral.

Ahora bien, al modelo de regresión simple se le ha denominado también modelo de regresión lineal, la ecuación

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

muestra que es lineal en los parámetros β_0 y β_1 .

Esta ecuación se entiende como la función de regresión poblacional, donde la variable Y_i depende de X_i y del término de perturbación u_i .

Al no especificarse la forma como se genera X_i y u_i , no es posible realizar inferencias estadísticas sobre Y_i , β_0 y β_1 .

A partir de ello, que se desprenden los supuestos relacionados con X_i y con el término de perturbación u_i , los cuales permiten otorgar una interpretación válida a las estimaciones obtenidas mediante la regresión.

Supuesto 1. Linealidad en los parámetros

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

En este modelo poblacional, la variable dependiente Y_i se relaciona con la variable independiente X_i y la perturbación u_i , donde los parámetros β_0 y β_1

hacen referencia a la intercepción y la pendiente poblacional. Los datos de las variables aleatorias X y Y , permiten estimar los parámetros β_0 y β_1 .

Supuesto 2. Valores fijos de X .

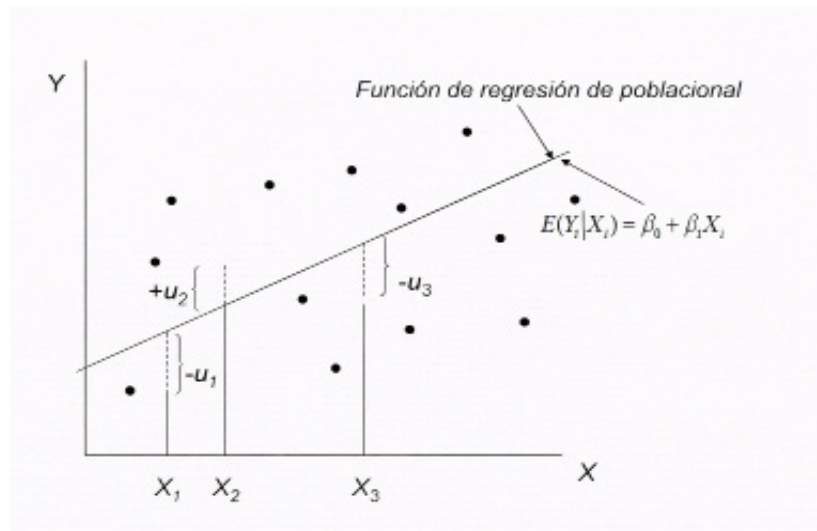
En un muestreo repetido, los valores de X permanecen fijos, es decir, es una variable no estocástica. Las muestras repetidas no son tan realistas en un contexto no experimental.

Supuesto 3. Media condicional cero.

$$E(u_i | X_i) = 0$$

El valor medio de la perturbación u_i es igual a cero, dado el valor de X_i , esto se puede verificar en la (Figura 29).

Figura 29. Diferencia de los Términos de Perturbación



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

En la figura descrita se muestra la asociación de Y con X, distribuidos alrededor de su media. Los valores de Y corresponden a un X dado, se encuentran distribuidos alrededor de su valor medio que se encuentra sobre la línea recta de la función de regresión poblacional. Los puntos localizados por encima o por debajo de la media son los u_i , que se encuentran de manera positiva o negativa. De aquí que el efecto promedio sobre Y es cero. Esto es suponiendo que las u_i se distribuyen de manera simétrica. Un aspecto que hay que considerar es que $E(u_i | X_i) = 0$. Implica que $E(Y_i | X_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$ por lo que ambos supuestos son equivalentes.

Supuesto 4. Variación muestral en la variable independiente.

En la muestra, las variables independientes X_i no todas son iguales a una misma constante. Se requiere de cierta variación de X en la población. Se debe tener en cuenta que, para realizar un análisis de regresión, la variación en Y al igual que en X es fundamental.

Supuesto 5. Hay independencia o no autocorrelación entre las perturbaciones (u).

$$\text{cov}(u_i, u_j) = E(u_i, u_j) = 0$$

Donde i y j son dos observaciones diferentes ($i \neq j$) y cov significa covarianza. Dados dos valores cualesquiera de X (X_i, X_j) para $i \neq j$ la correlación

$$u_i, u_j \text{ es cero.}$$

Supuesto 6. Independencia entre u_i y X_i .

$$\text{cov}(u_i, X_i) = E(u_i, X_i) = 0$$

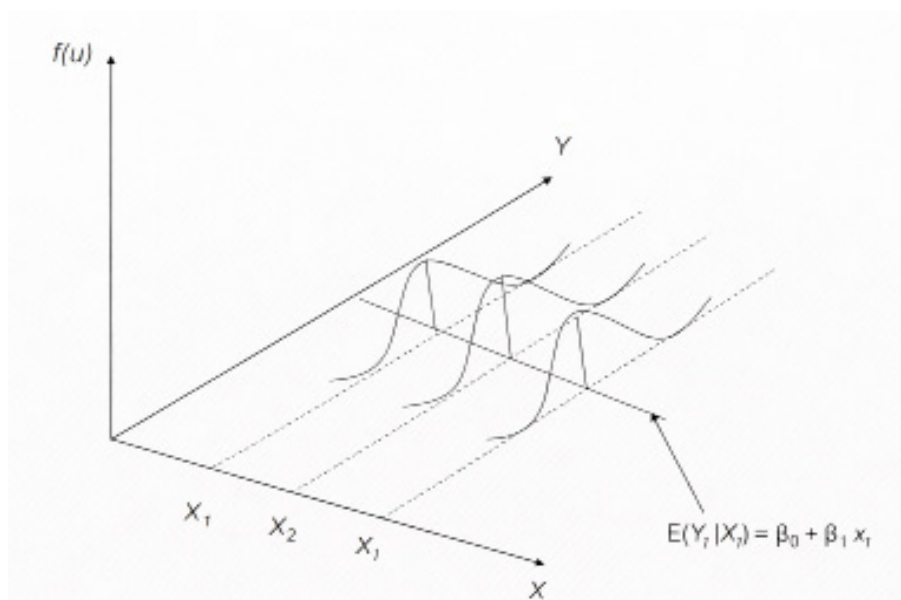
Este supuesto afirma que la perturbación u y la variable explicativa X no están correlacionadas. Este supuesto se cumple automáticamente si la variable X no es aleatoria o estocástica y si el supuesto 3 se mantiene.

Supuesto 7. Homoscedasticidad.

$$\text{Var}(u | X) = \sigma^2$$

Homoscedasticidad significa igual varianza u_i . La varianza de u_i para cada X_i es número positivo constante igual a σ^2 , esto implica igual dispersión o igual varianza. Del mismo modo, se puede decir que la población de Y que corresponde a los diferentes valores de X tienen misma varianza, lo cual se verifica en la (Figura 30).

Figura 30. Homoscedasticidad



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

El análisis de corte transversal afirma que la varianza de los factores no observables, u_i , condicionada sobre X_i es constante. A medida que aumenta X , Y promedio también aumenta. La varianza de Y permanece igual para todos los niveles de X .

Supuesto 8. Heteroscedasticidad.

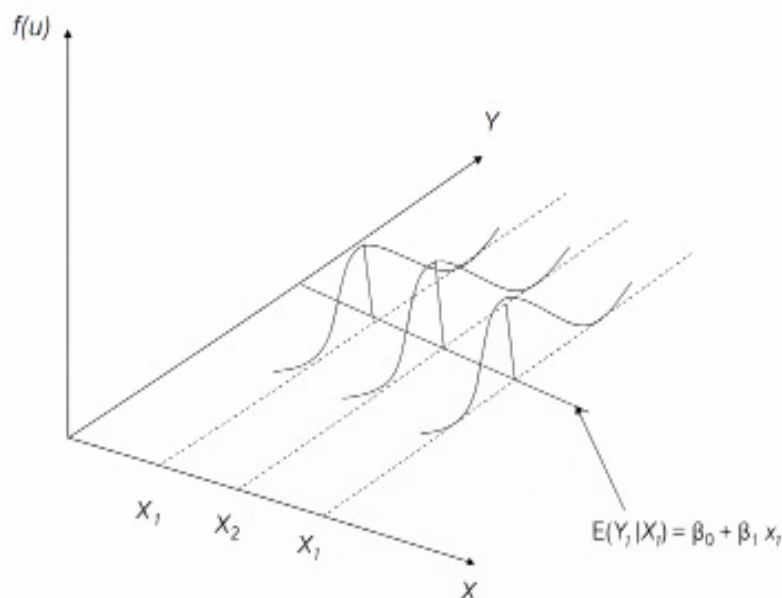
La heteroscedasticidad se conoce también como dispersión desigual o varianza desigual, la cual se expresa mediante la siguiente ecuación.

$$\text{Var}(u | X) = \sigma_i^2$$

La varianza σ^2 de la ecuación representada con subíndice, indica que la varianza de la población Y

ya no es constante. Cuando la varianza condicional de la población Y aumenta a medida que X aumenta, se dice que hay una situación de heteroscedasticidad, esto se puede apreciar en la (Figura 31).

Figura 31. Heteroscedasticidad



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

En este caso, a medida que el valor de X aumenta, Y promedio también aumenta y, la varianza aumenta con X. En la Figura 31 muestra que la varianza u condicional de X conforme pasa de X_1 hasta X_i cada vez es menor. Mientras se permita que aumente Y promedio con la X, se supone que la variabilidad de Y alrededor de la media, es constante en todo X.

Es importante mencionar como conocimiento y no, así como comprobación, debido al alto grado de complejidad matemática, que un método alternativo para la estimación puntual es el método de máxima verosimilitud que consiste en la estimación de parámetros desconocidos de manera tal que la probabilidad de observar un determinado valor de Y es la máxima posible. Bajo el supuesto de normalidad, los estimadores de máxima verosimilitud generalmente son iguales a los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios.

Por último, para llevar a cabo la estimación y las pruebas de hipótesis necesarias de los modelos de regresión lineal, las herramientas son proporcionadas por el método de mínimos cuadrados ordinarios, sumado al supuesto adicional de la normalidad de u_i .

Prueba de hipótesis

Una estimación puntual obtenida de determinada muestra no proporciona suficiente información para evaluar, por ejemplo, una teoría económica. Esta limitación se supera al aplicar in-

tervalos de confianza que forma parte de la teoría de la estimación, siendo esta una rama de la estadística clásica.

Es importante destacar, que existen fluctuaciones en las distribuciones muestrales de una población, por lo que una sola estimación puede diferir del valor verdadero. Por lo tanto, no se puede basar solo en la estimación puntual, sino que se puede proporcionar la probabilidad de que el verdadero parámetro se encuentre dentro de cierto rango.

A la estimación que incluye un intervalo de valores posibles dentro del cual se encuentra comprendido un parámetro de la población, se le conoce como estimación del intervalo del parámetro, en otras palabras, esto conduce a emplear intervalos con centro en el estadístico de la muestra, para calcular el parámetro de la población. Por ello se emplea con frecuencia la estimación por intervalos, ya que se obtiene un valor de mayor exactitud, que cuando se emplean las estimaciones puntuales.

La estimación de intervalos implica el cálculo de un parámetro de la población por medio de un intervalo de la recta real dentro del cual se considera comprendido el valor del parámetro, esto es, la estimación por intervalo se construye en forma tal que la probabilidad de que el intervalo contenga al parámetro, pueda especificarse. La característica fundamental de la estimación por intervalo, es que ilustra con exactitud la estimación del parámetro. Si la longitud del intervalo es muy pequeña, se obtiene exactitud excelente. Tales estimaciones por intervalo reciben el nombre de intervalos de confianza.

Este tipo de intervalos son de gran importancia y por ello se deben analizar con detenimiento. Así, la capacidad para estimar los parámetros de población mediante el uso de datos muestrales, se relaciona en forma directa con el conocimiento que se tiene acerca de la distribución de muestreo del valor estadístico que se está empleando como estimador

Para un conjunto de datos que se hayan obtenido por muestras de una población normal, es posible que el valor del parámetro se encuentre dentro de cierto rango, alrededor del estimador puntual, digamos, por ejemplo, entre dos y tres errores estándar.

En consecuencia, se le conoce como intervalo de confianza que aquel que proporciona un intervalo de valores, centrado en el valor estadístico de la muestra, en el cual supuestamente se localiza el parámetro de la población con un riesgo de error conocido. Los niveles de confianza que se utilizan con mayor frecuencia son los de 90%, 95% y 99%.

Una vez que se ha considerado la estimación puntual y los intervalos de confianza, se puede pasar a las llamadas pruebas de hipótesis. El objetivo de la estimación es determinar el valor de cierto parámetro de la población, mientras que el objetivo de las pruebas de hipótesis es decidir si una afirmación acerca de un parámetro de la población es verdadera. Esto conduce a la teoría de la decisión estadística, la cual emplea fundamentalmente la prueba de hipótesis estadística. Las hipótesis estadísticas surgen de las distribuciones de probabilidad de las poblaciones.

Así, una prueba de hipótesis es un método para decidir cuándo aceptar o rechazar una hipótesis, tomando como base una muestra aleatoria de la población de donde se ha de formular la hipótesis. Si se considera una muestra de la población, la hipótesis tiene una mayor importancia, ya que a partir de la información obtenida de dicha muestra, se ha de decidir si la hipótesis es verdadera o falsa.

Los métodos que deciden si una hipótesis se acepta o se rechaza o el determinar si las muestras observadas difieren significativamente de los resultados esperados, reciben el nombre de prueba de hipótesis, pruebas de significancia o reglas de decisión.

Al formular una hipótesis con el fin de aceptarla o de rechazarla, se dice que se tiene una hipótesis nula, la cual se representa por H_0 . Cualquier otra hipótesis distinta a la hipótesis dada es llamada una hipótesis alternativa (o alterna), la cual se representa por H_1 .

La hipótesis nula es una hipótesis simple, mientras que la hipótesis alternativa es compuesta. Esto es lo que en realidad se conoce como la hipótesis de dos colas o bilateral, es decir, son regiones de significación. Hay que resaltar que en la estadística una distribución normal consta de dos colas. En este caso, una hipótesis alterna bilateral refleje el hecho de que no se tiene una fuerte expectativa teórica o a priori sobre la dirección en que se debe de mover la hipótesis alternativa partiendo de la hipótesis nula.

Cabe mencionar que en ocasiones existen altas expectativas teóricas o a priori de que la hipótesis alterna es de una cola unilateral o unidireccional. En estos casos, la región crítica es una región a un lado de la distribución, con área igual al nivel de significancia.

Considérese un intervalo de confianza de la expresión $0.6178 \beta_1 2.3754$, se sabe que, en el largo plazo, intervalos como $(0.6178, 2.3754)$ contendrán el verdadero valor de β_1 con una probabilidad de 95%, en consecuencia en muestreos repetidos, tales rangos proporcionan un rango en los límites dentro de los cuales puede encontrarse el verdadero valor β_1 con un coeficiente de confianza de 95%. De esta manera, el intervalo de confianza proporciona un conjunto de hipótesis nulas posibles, esto es si β_1 bajo H_0 cae dentro del intervalo de confianza del 100 $(1 - \alpha)$ por ciento, se puede aceptar la hipótesis nula, si se encuentra fuera del intervalo se rechaza.

Una prueba de significancia es un procedimiento mediante el cual se utilizan los resultados de la muestra para verificar la veracidad o falsedad de la hipótesis. Esta prueba consiste en utilizar un estadístico de prueba, estimador, y la distribución muestral de ese estadístico bajo la hipótesis nula.

HETEROCEDASTICIDAD

El modelo clásico de regresión lineal es en el que los términos de perturbación u_i tienen toda la misma varianza. Si no se cumple este supuesto, se presenta el fenómeno de heterocedasticidad analizado brevemente anteriormente en el supuesto 8 de los estimadores.

El supuesto de homocedasticidad explicado también anteriormente, plantea que la varianza de las perturbaciones u_i , de la función de regresión poblacional, tienen la misma varianza. Esta homocedasticidad se necesita para justificar los intervalos de confianza para la estimación de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) del modelo de regresión lineal. En la (Figura 32) vemos la comparación entre homocedasticidad y heterocedasticidad.

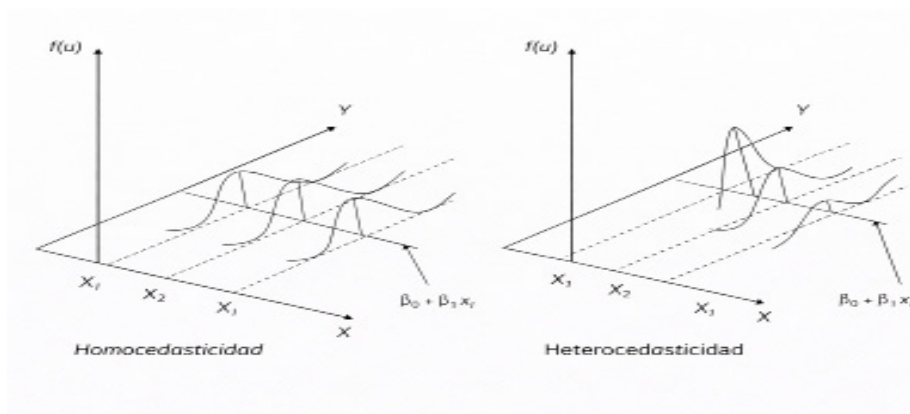
La heterocedasticidad es la existencia de una varianza no constante en las perturbaciones de un modelo de regresión lineal. Formalmente esto se escribe en símbolos como sigue:

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2$$

El subíndice de σ^2 , indica que las varianzas condicionales de u_i = varianza condicional de Y_i no continúan siendo constantes. Ante esto, existen múltiples causas por las cuales se explica la variación en las varianzas. Sólo se mencionarán las causas que se consideran más básicas.

Aparece porque ha omitido una variable relevante en el modelo especificado. Cuando se ha omitido una variable en la especificación, ésta quedará parcialmente recogida en el comportamiento de las perturbaciones aleatorias. Antes de realizar el análisis de heterocedasticidad es importante verificar que se han incluido en el modelo todas las variables relevantes, pues si se ha omitido una variable importante en el modelo, puede dar como resultado, estimadores sesgados y varianzas no eficientes.

Figura 32. Homocedasticidad y Heteroscedasticidad



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Procede de la naturaleza de los datos. Los datos de los cuales se dispone, pueden ser que estén ordenados por agentes o unidades económicas (datos de panel o longitudinales) y hacen referencia a la existencia de dos dimensiones en los datos. Esto significa que los datos de los cuales se disponen pueden ser agrupados, agregados o promediados sobre un conjunto de individuos, empresas, sectores, por lo cual pueden poseer características individuales, dando lugar a diferente variabilidad. Ante esto, se puede esperar distinta dispersión.

El tamaño de las unidades que se comparan. Las unidades pueden ser familias, empresas o países. Por ejemplo, si se compara el nivel de ingreso y se tienen dos tipos de familias, una con altos ingresos y otra con bajos ingresos, se esperaría que la mayor variabilidad la presentará la familia con altos ingresos, pues es de suponer que la familia de bajos ingresos ya cuenta con cierto nivel de consumo para cubrir sus necesidades básicas. Frente a esto, se podría esperar que la varianza de Y aumentará con el tamaño o magnitud del ingreso familiar. Por lo que se sugiere proponer para este modelo perturbaciones heterocedásticas, en la explicación de los agentes económicos, estas perturbaciones pueden ser gustos, características individuales, familiares, etcétera, lo que permite explicar por qué éstas pueden mostrar una variabilidad.

Modelos de aprendizaje por error. Un ejemplo es cuando una persona comete errores, en la medida que aprende, se puede decir que sus errores de comportamiento disminuyen, por lo que puede esperarse que la varianza tienda a disminuir. En otrasituación, puede ser que un estudiante que destina tiempo de estudio para una asignatura, entre mayor sea el lapso de dedicación, los resultados en un examen pueden ser favorables al disminuir el número de errores y, por ende, la varianza.

La forma de la función que sea aplicada de manera incorrecta. En este caso, puede ser que se utilice una función lineal en lugar de una logarítmica potencial, esto provoca que la calidad de la regresión varíe según los valores de la variable exógena. Esto es, que se ajusten bien el valor pequeño y mal los valores grandes, es decir, que en las zonas de peor ajuste existan no sólo errores mayores, sino que también éstos estén más dispersos.

La distribución de las variables explicativas, es decir, como se encuentran los datos alejados de la media, puede ser que se encuentren alejados a la derecha de la media (o a la izquierda de la media). Esto conduce a que se dé una transformación en las variables para corregir el problema y hacer que éstas se hallen de manera uniforme alrededor de la media.

En todo caso, cual sea el origen del problema, en muchas cuestiones es posible asociar la varianza no constante de las perturbaciones aleatorias a los valores de alguna de las variables incluidas en el modelo. En este sentido, cuando se da la existencia de la heterocedasticidad y no hay una explicación estimable para la misma, resulta a menudo de utilidad someter a los datos a algunas transformaciones sencillas que tiendan a estabilizar la varianza.

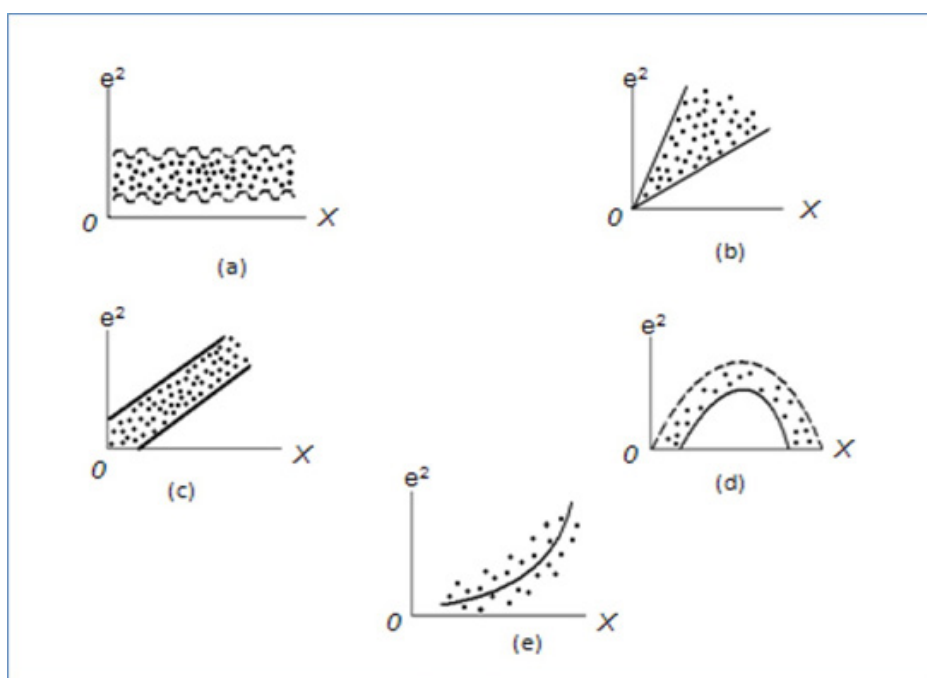
El problema de heterocedasticidad se presenta principalmente en modelos de corte transversal, y de igual forma en observaciones con series de tiempo. De esta manera, la heterocedasticidad puede presentarse debido a cómo se especificó el modelo, a cómo se obtuvo la información y de las decisiones en relación al tratamiento de los datos. Las varianzas condicionales que no son constantes en el modelo aparecen cuando la combinación lineal de todos los regresores genera errores, manifestándose con esto heterocedasticidad en el modelo.

Métodos de corrección

Un modelo de regresión lineal ajustado supone la detección de heterocedasticidad, la cual puede ser probada por exámenes informales, como las gráficas, y por análisis formales, como el de Goldfeld y Quandt. El método gráfico permite observar si los errores varían con algunos regresores, como X que se encuentra en el eje de las abscisas, en tanto que en el eje de las ordenadas se coloca Y y/o los residuos al cuadrado (e_i^2 , u_i^2).

Ahora bien, cuando no hay información a priori o empírica acerca de la heterocedasticidad, se puede llevar a cabo el análisis de regresión bajo el supuesto de que no existe heterocedasticidad, y luego realizar un examen posterior de los residuos estimados al cuadrado e_i^2 para ver si presentan algún patrón sistemático. Aunque e_i^2 y u_i^2 no son la misma cosa, se puede utilizar como aproximación. Al examinar los e_i^2 se pueden encontrar patrones como los que aparecen en la Figura 33.

Figura 33. Diagrama de Dispersión de los Residuos Estimados



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

los e_i^2 se grafican contra la variable X , incluida en el modelo. En el caso de la Figura 33(a) se puede observar que no hay un patrón sistemático entre las dos variables, lo cual sugiere la inexistencia de heterocedasticidad en la información. En tanto, la figura 33(b) presenta patrones definidos. Por ejemplo, la figura 33 (c) presenta patrones definidos de que la varianza del término de perturbación está linealmente relacionada con la variable X , en tanto que la figura 33 (d) indica una relación cuadrática entre e_i^2 y la variable X . Este tipo de comportamiento que se presentan la imagen, regularmente se observa en las series económicas, las cuales pueden

mostrar cierta conducta, es decir, pueden presentar tendencias negativas o positivas de acuerdo con las condiciones de la propia economía de un país, estas condiciones se dan en el tiempo. Asimismo, esto se refleja de la suma de los errores, siendo significativo en el comportamiento de las de las variables que se encuentran en el modelo.

Cabe mencionar que la prueba gráfica resulta insuficiente debido a la combinación lineal de algunas o todas las variables, por lo que es posible no detectar la heterocedasticidad. De ahí que sea necesario aplicar pruebas formales para su detección.

Otro contraste para detectar la heterocedasticidad, y que sugiere ya un método formal, es el de Goldfeld y Quandt. Este contraste es válido para cualquier tamaño muestral, con la ventaja de que puede guiar sobre la forma de heterocedasticidad presente.

El contraste se basa en separar las observaciones muestrales en dos grupos, realizar dos regresiones separadas para cada uno y comparar las varianzas estimadas en ambos grupos, lo que equivale a considerar dos muestras, tomadas de dos poblaciones, que además de tener medias diferentes pueden diferir en la varianza. Los pasos a seguir para realizar esta prueba son los descritos a continuación:

Se ordena la variable dependiente en forma decreciente, también se pueden utilizar las variables independientes.

De la muestra de datos, se divide en tres estratos o subgrupos iguales, siendo la muestra superior la que contiene los valores más grandes y la inferior la que contiene los datos pequeños de la regresión. La muestra central se utiliza al efectuar un análisis subsecuente.

De la submuestra superior se estima la regresión y con los residuos se calcula la suma al cuadrado de estos (SCR1), lo mismo se hace con el estrato inferior, SCR2. De esta manera, se efectúa la prueba de contraste F, bajo la hipótesis nula de homocedasticidad, con $m_1 - k_1$ grados de libertad en el numerador y $m_2 - k_2$ grados de libertad en el denominador. Donde m_1 es el número de observaciones de la submuestra superior, k_1 es el número de parámetros de la submuestra superior, m_2 es el de observaciones de la submuestra inferior, k_2 es el de parámetros de la submuestra inferior. Una vez efectuado esto se verifica el valor en tablas de F, si este valor resulta menor al calculado, se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

Finalmente se calcula el estadístico F.

$$F = (SRC2 / m_2 - k_2) / (SRC1 / m_1 - k_1)$$

El cual, bajo hipótesis nula de homocedasticidad, seguirá la distribución F de Snedecor indicada. Si el modelo es homocedástico, el valor de ese cociente de ese cociente, no debe separarse de 1, por lo que si se aleja de dicho valor significativamente, es decir, si supera el valor crítico dado por la distribución, se rechazará la hipótesis nula una vez elegido el nivel de significación del contraste.

Si no se rechaza la hipótesis nula, no significa que no exista heterocedasticidad, dado que esta podría estar asociada a otra variable, por lo que hay que repetir el proceso con otras variables. En algunos casos esta prueba de contraste no arroja resultados claros, ya que puede ser afectada por la forma funcional del modelo y por el tipo de distribución de los datos.

En repetidas ocasiones ya se ha mencionado que la heterocedasticidad viene producida por la dependencia de la varianza de las perturbaciones aleatorias de una o más variables que, a su vez, pueden estar presentes en el modelo o no. Los distintos métodos de detectar este problema servían para probar, en el caso en el que ésta realmente se presentará.

Si las varianzas con heterocedasticidad σ_i^2 se conocen, el método más directo para resolver el problema consiste en utilizar la técnica de mínimos cuadrados ponderados, que minimizan la importancia de las perturbaciones con valores externos ponderándolas en proporción inversa a sus varianzas.

Se han creado algunos métodos informales y de aproximación para detectar la presencia de la heterocedasticidad, los cuales examinan los residuos obtenidos del procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios normales y así poder sugerir maneras de transformar el modelo original, de tal manera que en la ecuación transformada las perturbaciones tengan una varianza constante.

AUTOCORRELACIÓN

En el modelo clásico de regresión lineal en el que los errores y perturbaciones u_i entran en la función de regresión poblacional, se encuentran bajo el supuesto de que son aleatorios o no correlacionados, cuando se viola este supuesto es porque existe autocorrelación o correlación serial.

La autocorrelación es la correlación entre los términos de error de un modelo de regresión. Su efecto es que invalida uno de los supuestos que fundamentan el procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios y, por lo tanto, hace necesario una modificación de tal procedimiento. Con frecuencia se le llama también correlación serial, ambos términos se utilizan de manera indistinta.

El modelo de regresión serial supone que tal autocorrelación no existe en las perturbaciones u_i , lo cual se expresa

$$E(u_i, u_j) = 0 \quad i \neq j$$

El modelo clásico supone que el término de perturbación asociado a alguna observación no está influenciado por el término de perturbación asociado a cualquier otra observación. La autocorrelación se presenta entre dos series de tiempo tales como $u_1, u_2, \dots, u_{10}, u_2, u_3, \dots, u_{11}$, en donde la primera serie se encuentra rezagada en un periodo. En tanto, una correlación serial se presenta en dos series de tiempo diferente como son: $u_1, u_2, \dots, u_{10}$, y $v_2, v_3, \dots, v_{11}$. el autor

G. Tintner(1968), define que: “La autocorrelación es una correlación de rezagos de una serie dada consigo misma, rezagada en un número de unidades de tiempo, mientras que el término de correlación serial para la correlación de rezagos entre dos series diferentes.”

En datos de serie temporal es común la presencia de la autocorrelación o correlación serial de las perturbaciones, esto se debe a algún fallo en la especificación del modelo. A continuación, se mencionan algunas de las causas de autocorrelación:

La existencia de tendencias y ciclos en los datos, esto se puede observar en la mayoría de las variables económicas que tienden a presentar cierta inercia. Por ejemplo, en un momento de recesión de la economía, las variables se encuentran en bajos niveles, al surgir un proceso de recuperación o activación de la economía, estas variables comienzan a moverse hacia arriba.

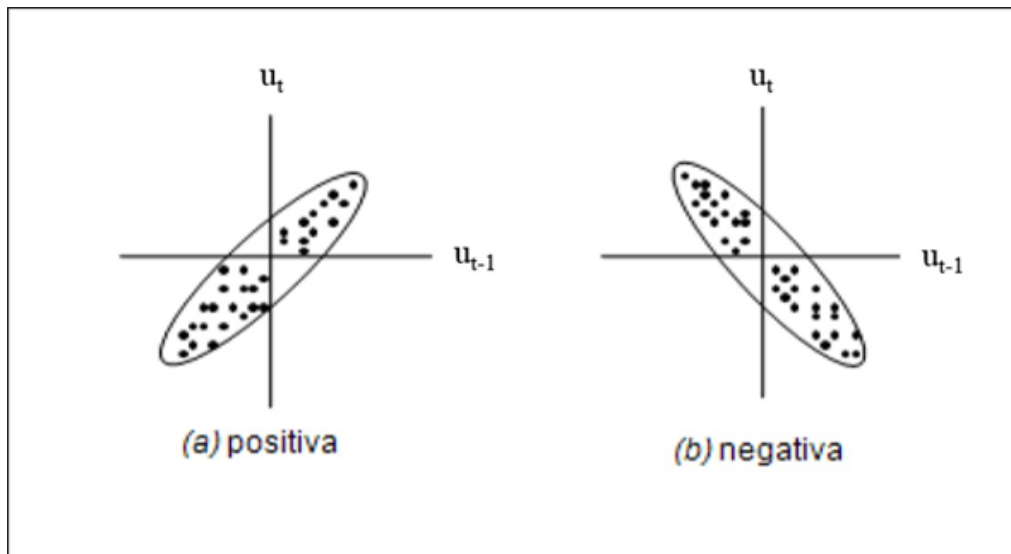
Así, con el movimiento el valor de una serie en un punto en el tiempo es mayor al valor anterior. Esto indica que la mayoría de las variables económicas no son estacionarias, significa que si la variable endógena del modelo tiene una tendencia creciente o muestra un comportamiento cíclico que no es explicado por las exógenas, el término de error recogerá ese ciclo o tendencia. Por lo tanto, en las regresiones con series de tiempo, es probable que las observaciones sean interdependientes.

El caso de variables explicativas omitidas. Puede ser que en un modelo planteado originalmente se haya excluido una variable que se consideró no era candidata a entrar en el modelo, y al realizar una revisión de sus resultados, se da cuenta que esas variables debieron de haber sido incluidas para eliminar el patrón de correlación observado entre los residuos. La omisión de variables relevantes provoca sesgos en el estimador.

La especificación incorrecta de la forma funcional del modelo. Esto es que cuando al describir observaciones se aplica un modelo lineal, cuando esto pudo haber sido de manera cuadrática, con esto, los residuos muestran comportamientos no aleatorios, es decir, están correlacionados. Puede ser que los residuos presenten lapsos positivos (o negativos), seguidos de lapsos negativos (o positivos) y así sucesivamente. Aquí la causa del problema en los residuos es un error de especificación en la forma funcional.

El problema de autocorrelación es más común en datos de series de tiempo, es decir, observaciones en diferentes periodos. Los datos temporales presentan una ordenación natural (ayer, hoy, mañana y cada uno antecede al otro) por lo que, al considerar dos perturbaciones sucesivas, se sabe que se hace referencia a dos periodos sucesivos. Aunque la autocorrelación predomina en las series de tiempo, se puede presentar también en los datos de corte transversal, denominada como autocorrelación espacial.

Figura 34. Autocorrelación positiva y negativa



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

En el caso de la autocorrelación espacial o correlación en el espacio, el ordenamiento de los datos debe de tener cierto orden lógico o económico, un ejemplo puede ser el sueldo de un grupo de individuos tomados de cierta población y compararlo con el nivel de educación con el que cuentan. Puesto que es posible que los niveles de sueldo difieran de un individuo a otro, los residuos estimados de regresión pueden presentar un patrón sistemático asociado con los diferentes niveles educativos. Ante esto, la correlación también se puede presentar con datos de corte transversal.

Es importante mencionar que la autocorrelación puede ser positiva o negativa, aunque en el caso de series temporales, y con la aplicación de variables económicas, se puede presentar una autocorrelación positiva, debido a que se mueven hacia arriba durante periodos prolongados. Véase la (Figura 34) en que la gráfica 34 (a) tiene una tendencia positiva, 34 (b) una autocorrelación negativa.

VARIABLES ARTIFICIALES O CUALITATIVAS

En un modelo de regresión lineal se introducen variables cuantitativas, de las cuales se puede obtener información de alguna base de datos, de esta manera, se tienen datos acerca de la variable dependiente e independiente

En un análisis de regresión, normalmente, la variable dependiente se encuentra influenciada por variables que se pueden cuantificar fácilmente mediante una escala bien definida, como es el salario, el nivel educativo, el promedio de calificaciones, las ventas, entre otros. Cabe mencionar que en un trabajo empírico se deben incluir variables de tipo cualitativo.

Normalmente, se utilizan variables cuantitativas, es decir, aquéllas cuyos valores vienen expresados de manera numérica. De tal información puede obtenerse de datos ya existente. Estos valores cuantitativos se expresan en un modelo de regresión en el que se incluyen tanto la variable dependiente como las variables independientes. Es preciso disponer de magnitudes cuantitativas asociadas a las variables para llevar a cabo el proceso de estimación, que implica realizar cálculos numéricos.

Es importante mencionar que también existe la posibilidad de incluir en el modelo econométrico información cualitativa, siempre que la información cualitativa pueda expresarse de manera cuantitativa.

En los cursos de estadística ya se había definido a una variable cualitativa como aquella que describe cualidades o atributos del objeto de estudio. Por ejemplo: sexo, estado civil, raza, religión, corriente ideológica, zona geográfica, nacionalidad, entre otros. Estos son considerados factores cualitativos

Esos factores cualitativos recogen efectos diferenciales como es el caso del sexo de una persona (si es hombre o mujer), la raza (blanco o negro), religión (católico o no católico), es decir, adoptan la forma de datos binarios. En econometría a estos datos se les conocen como: variables binarias, variable dicotómica, variables indicadoras, variables dummy, variables ficticias y variables cualitativas.

Se llaman variables dummy a las variables que, tomando valores cuantitativos, tratan de representar las diferentes situaciones o casos que se producen en los factores cualitativos de interés. Un ejemplo de lo anterior puede ser comprobar si el sexo de un trabajador influye, o tiene importancia, en el salario que percibe. En este caso, la variable sexo incluye dos posibilidades, hombre y mujer, por lo que se tiene que atribuir un valor cuantitativo a cada uno de estos dos casos, de manera que cuando se trate de un trabajador hombre la variable ficticia tome un valor y cuando se determine un trabajador mujer se le asigne un valor diferente.

Otro ejemplo puede ser si el nivel educativo alcanzado por un trabajador, si tiene algún efecto sobre el salario, distinguiéndose los casos desde primaria o menos, secundaria, preparatoria, universidad o postgrado. Siendo cada uno de estos casos identificados de manera cuantitativa.

Los valores numéricos que se pueden atribuir son completamente arbitrarios y no tienen más efecto que establecer un código que permita distinguir numéricamente cada caso de los demás. Así, la variable dummy se define sin más que atribuir un número diferente a cada uno de los casos posibles en el factor que se considere.

Las variables cualitativas son construidas artificialmente y, generalmente, indican la presencia o ausencia de una cualidad o atributo, una manera de cuantificar tales atributos consiste en asignarle valores de 1 o 0, donde 0 indica la ausencia de un atributo y 1 la presencia de ese

atributo. Por ejemplo, el sexo de una persona, mujer puede ser 1, y del hombre 0; qué persona tiene estudios profesionales se indica con 1, o que no cuenta con estudios profesionales, con 0, y así sucesivamente.

El hecho de que se utilice 0 y 1 es porque son valores arbitrarios, igual puede ser cualquier otro valor, sólo que, en la captura de información cualitativa, de un modelo de regresión, el 0 y el 1 lleva a que los parámetros tengan interpretaciones naturales.

Las variables ficticias pueden incluirse tanto en modelos temporales como en modelos de corte transversal. Los paquetes computacionales realizan la transformación de las variables categóricas en las variables dummy necesarias automáticamente, y no se requiere efectuar todo el proceso manualmente, únicamente debe identificarse, en el programa computacional que se utilice, cuál es el nombre de las variables que requieren este tipo de transformación.

Al construir un modelo de regresión, es importante interpretar los resultados obtenidos, pues al aplicar variables cualitativas se obtendrá un resultado global, es decir, del modelo en general donde confluyen tanto variables cuantitativas como dicotómicas, y además se arrojarán resultados respecto a cada una de las variables dummy que intervinieron en el modelo. De esta manera se puede hacer una comparación de cada uno de los resultados obtenidos por las variables cualitativas, y así explicar los resultados de modo adecuado.

Al igual que las variables cuantitativas, las variables dummy se pueden utilizar con facilidad en los modelos de regresión. Incluso los modelos de regresión pueden incluir como variables explicativas sólo variables cualitativas.

Es conveniente mencionar que cuando un modelo sólo incluye variables dummy como variables explicativas, se le llama modelo de análisis de la varianza (ANOVA) y cuando un modelo incluye variables cuantitativas y cualitativas se le conoce como modelo de análisis de la covarianza (ANCOVA).

Un ejemplo de modelo ANOVA que sólo incluye variables explicativas de tipo cualitativo es:

$$Y_i = \delta + \beta D_i + u_i$$

Donde Y_i = salario anual de un ingeniero

$D_i =$ 1 si el ingeniero es hombre

$=$ 0 si el ingeniero es mujer

La expresión anterior es similar a los modelos de regresión en dos variables, excepto porque en lugar de tener X, ahora tiene a D que es la variable dicotómica (la literal D identificará en adelante a una variable dicotómica).

La fórmula permite averiguar si el sexo tiene alguna incidencia sobre el salario de los ingenieros, manteniendo constante otras variables como edad, años de experiencia o grados universitarios alcanzados. ¿Cómo se interpreta esta expresión?, δ mide el valor medio de la variable dependiente de la categoría base o de referencia, es decir, para la que la variable dummy asume el valor 0; β mide la diferencia del punto de corte entre las dos categorías y se le llama coeficiente del punto de corte diferencial. Suponiendo que las perturbaciones satisfacen los supuestos del modelo clásico de regresión lineal, a partir de dicha fórmula se obtiene:

Salario promedio de un ingeniero mujer $E(Y_i | D_i = 0) = \delta$

Salario promedio de un ingeniero hombre $E(Y_i | D_i = 1) = \delta + \beta$

De esta manera, el término de intersección δ proporciona el salario promedio de los ingenieros mujeres, y el coeficiente de la pendiente β dice en cuánto difiere el salario promedio de un ingeniero hombre del salario promedio de su contraparte femenina, mientras que $\delta + \beta$ refleja el salario promedio de un ingeniero hombre.

A partir de la prueba de hipótesis se puede contrastar el hecho de que no existe discriminación sexual, esto es por medio de la hipótesis nula ($H_0 : \beta = 0$), es decir, se puede llevar a cabo la corrida de la regresión establecida en la expresión ($Y_i = \delta + \beta D_i + u_i$) y con base en la prueba t, se puede averiguar si el β estimado es estadísticamente significativo.

Por otra parte, el modelo ANCOVA es una ampliación de los modelos ANOVA, el cual incluye variables explicativas cuantitativas que controlan estadísticamente los efectos de las variables dummy. Un ejemplo de esto, son los siguientes:

Regresión con una variable cuantitativa y una cualitativa con dos clases o categorías. Se tiene entonces, que la expresión ($Y_i = \delta + \beta D_i + u_i$) se modifica quedando como sigue:

$$Y_i = \delta_1 + \delta_2 D_i + \beta X_i + u_i$$

donde Y_i = salario anual de un ingeniero

X_i = años de experiencia

$D_i = 1$ si es hombre

$= 0$ si no lo es

Este modelo contiene una variable cuantitativa que son los años de experiencia, y una variable cualitativa que es el sexo, la cual posee dos niveles, hombre o mujer.

Por tanto, el salario promedio de un ingeniero mujer es

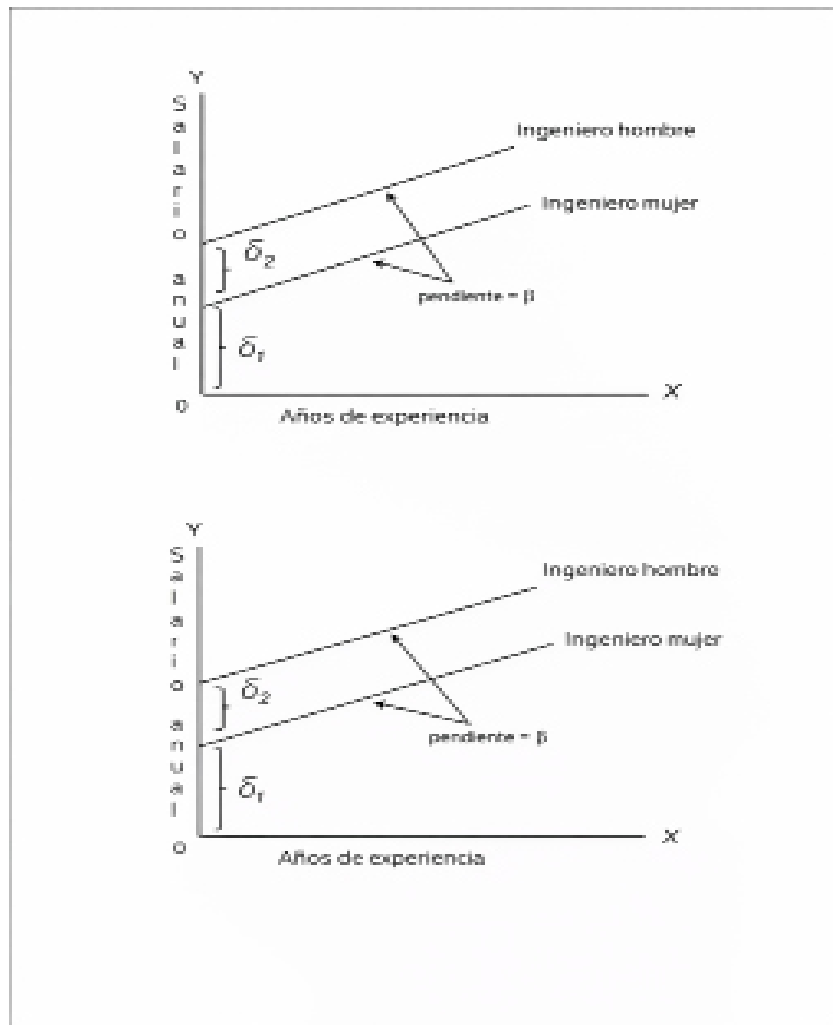
$$E(Y_i | X_i, D_i = 0) = \delta_1 + \beta X_i$$

y el salario promedio de un ingeniero hombre es

$$E(Y_i | X_i, D_i = 1) = (\delta_1 + \delta_2) + \beta X_i$$

El modelo planteado ($Y_i = \delta_1 + \delta_2 D_i + \beta X_i + u_i$) postula que el salario de los ingenieros hombres y las mujeres en relación con los años de experiencia tienen la misma pendiente β , pero diferentes intersecciones. En otras palabras, se supone que el nivel del salario promedio del ingeniero hombre es diferente del salario promedio del ingeniero mujer (en δ_2), pero la tasa de cambio en el salario anual promedio por años de experiencia es la misma para ambos sexos. Esto se puede verificar en la (Figura 35).

Figura 35. Salario Anual y Años de Experiencia de los Ingenieros



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Si el supuesto de la pendiente común es válido, una prueba de hipótesis de que las dos regresiones tienen la misma intersección, es decir que no hay discriminación sexual, se puede efectuar mediante la corrida de la regresión de la expresión ($Y_i = \delta_1 + \delta_2 D_i + \beta X_i + u_i$) y observando la significancia estadística de δ_2 estimado, con base en la prueba t tradicional. Si la prueba t muestra que δ_2 es estadísticamente significativo, se rechaza la hipótesis nula de que los niveles salariales de los ingenieros hombres y las mujeres son los mismos.

Por último, las variables dicotómicas son esencialmente trucos para la clasificación de datos, ya que dividen una muestra en diferentes subgrupos con base en cualidades o atributos y se corren diferentes regresiones para cada uno de estos subgrupos. En caso de existir diferencias en la respuesta de la variable dependiente ante un cambio en las variables cualitativas en los diferentes subgrupos, esto se verá reflejado en las diferencias en los coeficientes de intersección, o de las pendientes o en ambos simultáneamente.

SERIES TEMPORALES

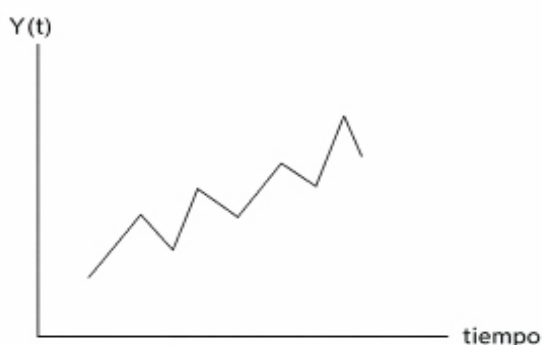
Una serie de tiempo es una secuencia cronológica de observaciones de una variable o conducta particular durante un periodo determinado. Una característica de los datos de las serie de tiempo que los distingue de los de corte transversal es su orden temporal. Para analizar los datos de series de tiempo en las ciencias sociales se debe de reconocer que el pasado influye en el futuro.

El patrón de una serie temporal puede asumir diferentes formas dependiendo del factor involucrado. Un primer factor de variación es la tendencia que produce en la serie de tiempo un movimiento ascendente o descendente en un periodo determinado, el cual se refleja en un crecimiento o desvanecimiento en la serie, tal como se muestra en la (Figura 36)

Un segundo patrón es la llamada variación cíclica (Figura 37) que se refiere a un movimiento recurrente de arriba hacia abajo alrededor de un nivel de tendencia presente en un periodo fijo. La duración del periodo puede ser un año, un trimestre, un mes, un día, entre otros.

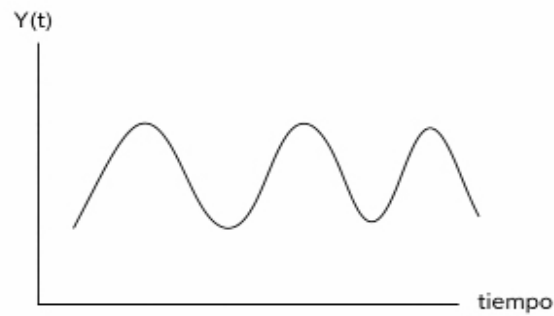
Suele hacerse distinción entre cíclicas y estacionarias. La variación cíclica puede referirse a ciclos grandes, tal puede ser el comportamiento de la economía en que hay periodos de crecimiento y otros de estancamiento, es en este último en el que se puede encontrar estacionalidad, por ejemplo, en los niveles de empleo.

Figura 36. Tendencia



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

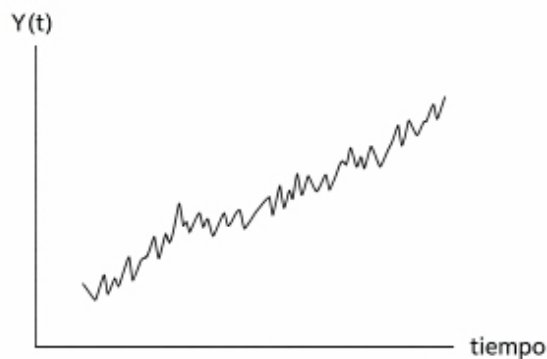
Figura 37. Variaciones Cíclicas



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Una tercera forma es la que recoge movimientos erráticos, (Figura 38) que no siguen un patrón regular, llamada fluctuaciones irregulares. La mayoría de las veces estas fluctuaciones irregulares son producto de eventos inusuales que no pueden evitarse y que obedecen a fallas en los sistemas de observación o a errores aleatorios.

Figura 38. Irregulares



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

El análisis de series de tiempo consiste en el examen del patrón histórico generado por el evento en observación con la esperanza. De esta manera, los datos de series de tiempo obtenidos se utilizan para estimar la totalidad del proceso de estudio.

A continuación, en la (Figura 39) se da un ejemplo de una serie de tiempo correspondiente a cifras anualizadas del porcentaje de inflación registrado desde el año de 1999 hasta el año 2010

Como se puede apreciar en la figura 39, se tiene una serie temporal de tendencia, al mostrar un comportamiento ascendente y descendente.

Figura 39. Porcentaje de inflación anual desde 1999 hasta 2010



Fuente: Adaptado Elizalde E. (2012).

Otro concepto fundamental en el análisis de series de tiempo, es el de estacionariedad, que se refiere a la ausencia de cualquier tipo de variabilidad, ya sea de tendencia o cíclica. En este caso, las variables que no muestran tendencia a crecer a lo largo del tiempo.

A la colección de variables aleatorias ordenadas en el tiempo se le llama proceso estocástico o aleatorio, o bien, proceso de serie de tiempo (estocástico es sinónimo de aleatorio). Al hacer la recopilación de series de tiempo se tiene un proceso estocástico o aleatorio, el cual se realiza una vez, esto es que sólo se está manejando un rango en donde los valores no se pueden modificar, ya están dados, pues no hay retroceso en el tiempo. En el análisis de corte transversal, la recopilación de las diferentes series de tiempo adopta la forma de población.

Para el manejo de series de tiempo, el proceso estocástico debe ser estacionario, es decir, que la media y la varianza sea constante en el tiempo, siendo que el valor de la covarianza va a depender de la distancia o rezago entre dos periodos.

En el análisis de regresión que contiene series de tiempo, no sólo se incluye valores actuales sino también valores rezagados (pasados) de las variables explicativas (las X), y se le denominan modelos de rezagos distribuidos. Es importante mencionar que, si el modelo incluye uno o más valores rezagados de la variable dependiente entre sus variables explicativas, a esto se le conoce con el nombre de modelo autorregresivo.

Estimación

Los modelos de series de tiempo son útiles en el análisis empírico, y se estiman con facilidad mediante mínimos cuadrados ordinarios, son diversos los métodos que se pueden emplear para la estimación de series de tiempo, de manera particular se atiende en la siguiente sesión el de rezagos distribuidos.

Un modelo de rezagos distribuidos se representa mediante la siguiente expresión:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + u_t$$

En tanto, un modelo autorregresivo se determina del siguiente modo:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + Y_{t-1} + u_t$$

En economía, la dependencia de una variable Y con respecto a otra variable X (variable explicativa) suele no ser inmediata. Con frecuencia Y responde a X con un lapso; este tiempo se denomina rezago. De manera general se puede escribir un modelo de rezagos distribuidos como:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + u_t$$

Este rezago es finito en k periodos, donde β_0 se conoce como multiplicador de impacto o de corto plazo, por representar el cambio en el valor medio de Y después de un cambio unitario en X; por lo que $\beta_0 + \beta_1$ corresponden al cambio en (el valor promedio de) Y en el siguiente periodo, $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ en el siguiente y así sucesivamente. A estas sumas parciales se les denomina multiplicadores intermedios.

Los rezagos ocupan un lugar fundamental en la economía, lo cual se refleja al tratar fenómenos de corto y largo plazo, de ahí que es importante saber cómo deben estimarse. Suponiendo que se tiene una variable explicativa, el modelo de rezagos distribuidos infinito se expresa de la siguiente manera:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_{t-0} + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

Para estimar α y β de la expresión anterior se pueden adoptar dos enfoques: la estimación ad hoc y las restricciones a priori sobre las β , suponiendo que estas siguen un patrón sistemático.

La estimación ad hoc supone que la variable explicativa X_t es no estocástica, así como X_{t-1} , X_{t-2} y así sucesivamente. O bien, que el término de perturbación u_t no está correlacionado. De esta manera, el método de mínimos cuadrados ordinarios se puede aplicar a la fórmula. Este enfoque sugiere que para estimar el modelo de rezago se proceda secuencialmente, es decir, que primero se regresa Y_t en X_t , luego Y_t en X_t y X_{t-1} , a continuación, se regresa Y_t en X_t , X_{t-1} , y X_{t-2} , y así sucesivamente. Este procedimiento se detiene cuando los coeficientes de regresión comienzan a ser estadísticamente insignificantes, o bien cuando el coeficiente de las variables empieza a cambiar de signo, es decir, de positivo a negativo o bien a la inversa de negativo a positivo.

Este enfoque presenta algunas complicaciones como las siguientes: primero, no hay una guía respecto a la máxima longitud del rezago; las series económicas tienden a estar altamente correlacionadas, tornándose la multicolinealidad en un factor de cuidado, pues esto ocasiona una estimación imprecisa de los coeficientes, reflejando con esto que los errores estándar sean grandes en relación a los coeficientes estimados.

Debido a las complicaciones que se presentan, el enfoque ad hoc tiende a ser poco recomendable.

Predicción

La información presente y pasada permite hacer una estimación acerca del futuro, a esto se le llama predicción. En el campo de la economía es ampliamente utilizada, mediante series temporales, pues permite planificar o prever el comportamiento de una variable explicativa.

Una categoría de métodos de predicción en los valores previamente observados en la serie de tiempo, y que se ocupan como variables independientes en los modelos de regresión, es el modelo autorregresivo integrado de promedios móvil (ARIMA). El método más amplio para el uso de esta categoría fue desarrollado por Box y Jenkins, llamándosele método de Box-Jenkins.

Así, el modelo general de series de tiempo que describe el componente estocástico se modela de la siguiente manera:

AR que significa autorregresivo, queda definido como sigue:

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + u_t$$

donde δ es la media de Y .

Y_t tiene un proceso estocástico autorregresivo de primer orden AR(1), es decir, el valor de Y en el tiempo t depende de su valor en el periodo anterior y un término aleatorio (u_t), este proceso se presenta debido a que u_t es el término de perturbación no correlacionado con media cero y varianza constante.

Si se considera este modelo como:

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + u_t$$

En las dos expresiones anteriores, los valores de Y de la se encuentran expresados alrededor del valor de su media δ y el valor Y en el tiempo t depende de sus valores en dos periodos anteriores, se dice entonces que Y_t sigue un proceso autorregresivo de segundo orden AR(2).

Así de forma general la expresión queda de la siguiente manera

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + \dots + \alpha_p(Y_{t-p} - \delta) + u_t$$

Ahora Y_t sigue un proceso autorregresivo de orden p , es decir AR(p).

En los tres modelos anteriores se ha considerado valores actuales y anteriores de Y , esto es un modelo de forma reducida. Para el proceso de media móvil (MA) se considera un modelo de Y de la siguiente manera:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

μ es una constante y u es el termino de perturbación estocástico. En tanto, Y en el periodo t es una constante más un promedio móvil de los errores presentes y pasados. Se dice entonces que Y sigue un proceso de promedio móvil de primer orden, MA(1).

Un proceso MA(2) queda como sigue:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2}$$

y de forma general se expresa a continuación como:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \dots + \beta_q u_{t-q}$$

Este es un proceso MA(q). El proceso de media móvil es una combinación lineal de los términos de perturbación estocásticos.

Si se hace una combinación de los procesos AR y MA, Y_t sigue un proceso ARMA(1,1) y se determina con la siguiente expresión:

$$Y_t = \theta + \alpha_1 Y_{t-1} + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

en este caso se tiene un término autorregresivo y otro de media móvil, siendo θ un término constante. Así, en el proceso ARMA (p , q) hay p términos autorregresivos y q términos de media móvil.

Para el caso de la I significa modelo integrado, en este tema es necesario que la serie de tiempo muestre estacionalidad, es decir, que su media, su varianza y su covarianza, en los diferentes rezagos, sea la misma no importando el momento en que se mida, significa que no varían en el tiempo.

Para que una serie de tiempo sea estacionaria se debe diferenciar d veces y luego aplicar el modelo ARMA (p , q). De esta manera la serie de tiempo original es ARIMA (p , d , q) y se dice que es una serie de tiempo autorregresiva integrada de media móvil.

P representa el número de términos autorregresivos, d es el número de veces que se efectuó la diferenciación ($Y_t - Y_{t-1}$) para hacerla estacionaria y el término q es el número de parámetros de media móvil. Cuando se tiene una ARIMA (3, 2, 3) significa que se realizaron dos diferenciaciones ($d=2$) antes de ser estacionaria, mientras que ha sido modelada con un proceso ARMA (2, 2), es decir, tiene dos términos autorregresivos y dos medias móvil.

Para hacer uso de la metodología de Box-Jenkins es necesario tener una serie de tiempo estacionaria, una vez que se ha realizado la diferenciación.

El modelo estimado se utiliza para predicción, el cual supone características constantes a lo largo del tiempo. De esta manera, para la elaboración del modelo ARIMA se deben seguir cuatro etapas:

1. Identificación. Para identificar el modelo de serie de tiempo que describe la serie temporal en consideración, se emplea la función de autocorrelación (FAC) y la función de autocorrelación parcial (FACP), así como de los correlogramas que resulten, esto es los gráficos de FAC y FACP. Cada modelo está determinado por el comportamiento de la autocorrelación teórica y autocorrelación parcial teórica, se dice que es teórica cuando $ARIMA(0, 0, q)$. Con esto, el modelo de series de tiempo a elegir es aquel cuya función de autocorrelación teórica y autocorrelación teórica parcial se asemeja a la FAC y a la FACP de la serie de tiempo observada.
2. Para la identificación de un proceso de promedio móviles depende del número de coeficientes de la función de autocorrelación teórica estadísticamente significativos y de la forma de la función de autocorrelación parcial teórica. Para identificar cuántos coeficientes son estadísticamente significativos, se debe identificar el momento en que la función teórica se corta o desaparece después de un determinado retroceso, q . La persona que realiza la investigación sólo necesita comparar la FAC y la FACP del modelo autorregresivo con la FAC y la FACP de los promedios móviles.
3. Para que la identificación se dé con alto grado de certeza, se deben tener mínimo 30 observaciones.
4. Estimación. Para estimar los parámetros de los términos autorregresivos y de media móvil incluidos en el modelo, es necesario haber identificado los valores apropiados de p y q . Para realizar esta estimación se pueden efectuar cálculos de mínimos cuadrados. Es importante mencionar que para realizar esta estimación se requiere de paquetería estadística, por lo que no es necesario llevar a cabo los desarrollos matemáticos.
5. Verificación. Una vez que se ha identificado el modelo y se ha realizado la estimación, es necesario observar si los parámetros del modelo caen dentro de los intervalos de estacionariedad. Otra prueba consiste en examinar el comportamiento diferencia o del residuo entre el dato observado y el que predice el modelo. El análisis de estos residuos se efectúa mediante la función de autocorrelación residual, los cuales si adquieren la forma de un proceso de ruido blanco (media cero, varianza constante y autocorrelaciones nulas), puede aceptarse el ajuste. Eso es que el modelo de series de tiempo ARIMA es estocástico.

6. Pronóstico. Una vez que se ha realizado la verificación del modelo ARIMA, éste se utiliza para pronósticos con un mínimo de error en la predicción.

Se tiene entonces que el modelo general de series de tiempo que describe el componente estocástico se denomina autorregresivo integrado de promedios móviles, ARIMA (p, d, q), puede ser descrito por un modelo autorregresivo o por uno de promedios móviles. Al darse la estimación de este modelo se puede efectuar la predicción, al suponer que se mantiene constante en el tiempo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Astudillo, M. (2012). Fundamentos de economía. México: UNAM.
- Boumans, M. (2010). Metodología económica. Londres: Macmillan.
- Burke, E. (2012). Los fundamentos de la economía. Madrid: McGraw-Hill.
- Elizalde, E. (2012). Econometría. Santiago de Cali: Universidad Autónoma de Occidente.
- Frisch, R. (1971). Econometría en el mundo de hoy. Barcelona: Sagitario.
- González, C. (2015). Introducción a la econometría y el MLRS. Cali: Facultad de Economía, ICESI.
- Intriligator, D. (1978). Econometric models, techniques, and applications. Inglaterra: Prentice-Hall.
- Loría, E. (2007). Econometría con aplicaciones. Madrid: Pearson.
- Maddala, G. (1996). Introducción a la econometría. México: Prentice-Hall.
- Martínez, C. (2012). Estadística y muestreo. Bogotá: Ecoe.
- Mejías, L. (2008). La estadística econométrica. México: Editorial Pensamiento Crítico.
- Menguzzato, M. (2005). La dirección estratégica de la empresa: Un enfoque innovador del management. Barcelona: Ariel.
- Mora, K. (2018). La matemática en el contexto de las ciencias. La Habana: Editorial Saberes del Conocimiento.
- Muñoz, D. (2000). Manual de estadística. Málaga: Universidad de Málaga.
- Pérez, R. (2011). Métodos estadísticos para economía y empresa. Oviedo: Unidad de Estadística y Econometría.
- Portillo, F. (2006). Introducción a la econometría. La Rioja: Universidad de La Rioja.
- Resico, M. (2010). Introducción a la economía social de mercado. Buenos Aires: Konrad Adenauer Stiftung.
- Samuelson, P. (2006). Economía. México: McGraw-Hill.
- Tintner, G. (1968). Methodology of mathematical economics and econometrics. Chicago: The University of Chicago Press.
- Ulloa, D. (2016). Modelos económico-matemáticos en la decisión empresarial. Recuperado el 20 de diciembre de 2020, de Gestiopolis: <https://www.gestiopolis.com/modelos-economico-matematicos-la-decision-empresarial/>
- Wickens, M. (2008). Macroeconomic theory. Princeton: Princeton University Press.
- Wooldridge, J. (2000). Introducción a la econometría. Michigan: Cengage Learning Editores.



ECONOMETRÍA